1978-4

月報 6

「論理の本態について」(3)

1978年3月30日

*

去る2月のなかば，高木英至氏が，わたしの"記号空間論"に関するコメントをメモにして寄せてくれたので，ここにその内容（の一部）を紹介し，併せて，それに関するわたしの考えをのべさせてもらうことにしよう，と思う。

高木氏のメモは，全体で5枚（約3000字）からなるが，うち前半の3枚強が，昨年の草稿のいくつかに関して，疑問の箇所を指摘し問いただすために充てられており，のこる2枚弱の部分は，より全般的な意見といった性格のものである。メモのうち，前半部に関しては，それがより具体的で詳細な論点にわたっていること，質問形式をとっていることを考え，高木氏に対して個人的に回答することとした。しかし，のこる後半部は，多くの人々が当然抱いても不思議はないだろうと思われる内容の疑問からなるので，それにはこの月報の場で応える方がよかろう，と考えたわけである。以下に掲げるのは，その部分である。事前の相談なしに，また，引用の都合上やむをえず一部を省略して，公表する点で，高木氏の許しを乞いたい。

「……橋爪説に対する僕の異和感を，3点，列挙する。

1. 私見では，行為それ自体，および「社会的事実」それ自体は社会学固有の説明対象からは区別される。……両者が社会学上 relevance を持つのは，両者（あるいはそのうちの一方）が偶々社会学固有の説明対象……を説明するために必要であるからに過ぎない。しかし，説明に要する道具立てと，説明対象とは，区別されるべきである。

2. 社会学（あるいは社会論）としての橋爪説は手薄である，あるいはまだ緒に就いたばかりである，という印象を僕は持つ。……おそらく，それ自体は社会学固有の領域ではないはずの「個体論」「行為論」を自力で定立せねばならぬという特殊事情の故かと思う。しかし，今僕が目にする限りでの橋爪説は，あまりにも人間的な個体論から，突如として分業論へと飛躍してしまう可能性なし，との感を必ずしも与えない。社会学の諸論者によって従来最も注目されてきた領域についての論述は，……橋爪説において軽視されるのであろうか？ ……（以下略）……

3. 橋爪氏は，「社会理論」の語を愛用する。しかし少なくとも僕は，「社会理論」を標榜することは当面無意味と考える。社会学の理論領域が仮りに完成すれば，確かにその総体は「社会理論」と呼び得よう。しかし所詮は部分的でしかない当面の知識を以て，これが「社会理論」であると称される代物を作ったところで，その「社会理論」は Parsons が不適切に行なったような奇形の「社会理論」と同様のものとなるのが落ではないか？ 「社会理論」は，少なくとも当面の知識からは，およそ学問的香りの乏しい，悪い意味での「哲学」に過ぎない。

」（高木英至，1978「橋爪説コメント」）

* *

他の部分と切りはなし，あまつさえ，若干の省略を加えてしまったため，高木氏の意図をそこねてしまったのかもしれないが，それでも，高木氏が，わたしの仕事に，どのような種類の「異和感」を覚えているかは，上の引用からでも，はっきり汲みとれる，と言えるであろう。そこで，わたしは，まず，認めるべきを認め，註釈す

HASHIZUME DAISABURO　5-9-11 Zaimokuza Kamakura 248 JAPAN
Phone 0467-22-1030　横浜51782
CN 51　¥65.-/26 pages

べきを註釈した上で，彼の異和感と対峙していこう。

2の指摘のように，わたしの作業が社会学として手薄であるのは事実なので，その点異論のあるべくもない。わたしは，社会学以外のことしか学んでこなかったから。（しかし，これは，わたしの我ままというよりは，それを超えた不可避の必然の作用によることだ，と思っている。）また，現在の仕事のすすみ具合からすれば，個体論と（分業などを扱う）社会論とのあいだに，飛躍ないし断絶があるという印象も，もっともであろうと思う。ただ，"記号空間論"のプランが順調にすすめられれば，その断絶は埋められるだろう，という目算なのだが。

3にあるように，わたしが「社会理論」と言うのは，「社会学理論」と言いたくないためである。いわゆる社会学にはこだわらない形で，社会事象の核心を論じてみたいので，そのような言いかえをしている。ただし，わたしの"記号空間論"が（ましてや，その草稿の断片のたぐいが）「社会理論」である，などと言ったことは，一度もないつもりである。それは，目標とする理論の「概念」に与えてある名称なのだから。（そういう用い方には，文句も出るまい。）

さて，そのように言った上で，何にどう応えればよいのか，考えよう。高木氏が1〜3を通じて明らかにしている疑問は，つまるところひとつのことだともみられる——"記号空間論"は，なにをどのように解明する作業であるはずなのか？　この点が，明確な像として伝わらない限り，わたしの文章の読み手に「異和」がのこることはあっても，それが「批判」という精神の反撥作用となって，わたしのところにはねかえってくることは，ないだろう。わたしは，あらゆる機会をとらえて，わたしの作業の企図を明らかにしようと，つとめてきたつもりである。（しかし，それが決して充分でないのは，進行中の作業は，その軌跡によってしか，到着地をのべる術がない，という事情があるから——つまり，わたしには語りきれぬことだから，かもしれない。）ともかく，『基本問題』以降に考えたこともあるので，ここで再び"記号空間論"の理論としてのねらい

目を，明らかにするよう，つとめよう。

＊＊＊

わたしが社会学と交叉し，そこに駐留しているのは，わたしが，社会ないし＜社会的なもの＞の成りたちを解きあかしたい，と思っているから，である。ところが，既に「社会学」とよばれていたものは，まったく不充分きわまるもののようにみえた。それは，なにが社会をつくりあげているのかについての洞察と理解とを欠いているとしか，受けとれなかったのである。そのようなものには，とてもつきあいきれない。（できるところからやるというのは一向かまわないが，できることだけしかやらないというのは，許せない。）かわって，わたしは，(i)なにが社会理論の対象であるのか，(ii)なにを社会理論の方法とすればよいのか，(iii)なにが社会理論の特殊性をかたちづくっているのか，をいろいろに考えてみた。そしていまは，こう考えてみている。

(i) 社会理論が解明するのは，もちろん社会である。けれども，茫漠たる社会現象のなかで，理論によって知るに値するものは，社会事象を成りたたせるもの——＜社会的なもの＞——でなければならない。ところで，＜社会的なもの＞は，かならず2様のあらわれ方をする。そのひとつは，社会を現に構成している，人間の有機的身体のなかに生じているところの，心的領域である。人が社会を経験する場，いわゆる社会的現実が宿る場が，この心的領域である。しかし，心的領域は，それにとどまらず，同時に，社会という人々の結びつきを現に可能にしている根拠であり，あらゆる社会事象を生成させている，究極の現実性を担うものなのだ。

＜社会的なもの＞のもうひとつの相は，いうまでもなく，有機的身体からなる人間が集合して自然生態系のなかで現に織りなしている連関の様態としての，社会システムである。社会システムは，個体の心的世界のとどかないところで，客観的に展開する。それは，ひとつには，社会システムが物質的過程であることに因り，もうひ

とつには、それが人々の集合的な過程であることに因る。

心的領域と社会システムとは、＜社会的なもの＞の現実態を構成する、ふたつの契機である。では、両者は、互いにいかなる関係にあるのか？ わたしは、心的領域は、社会の局所的(local)な相であり、社会システムは、社会の大域的(grobal)な相である、と考えている。どのような社会現象をとっても、心的領域には、それに対応する心的動因もしくは心的内容がみつかる。だから、心的領域論ないし個体論は、社会を論ずるための充分な材料を提供することができるだろう。しかし、個体論によって、＜社会的なもの＞を汲みつくすことは、できない。それが、（必ずしも）大域的な命題をみちびけないからだ。個体は（そして理論家は）、一切の社会的な事態を心に描きうるとしても、それで社会の秘密を手にしたわけでも、社会をうみだしたわけでも、ないのだ。

(ii) それゆえ、社会理論は、この両者をつなぐ論理を、自らの方法のなかに内蔵していなければならない。

社会科学の分野で、ひとまず成功したと目される理論は、ふたつだけしかない。それは、理論経済学と構造人類学とであるが、このいずれもが、いまのべた社会の局所的特性と大域的特性とを連結しおおせている点は、改めて注目に値する。まず、理論経済学の場合、一方の心的領域仮説として、効用（ないし顕示選好）の理論があり、他方に、社会システムないし市場に関する命題として、価格法則がある。そして、価格という媒介的なパラメータの存在によって、個体の示す局所的な特性が、そのまま集計され、大域的な特性として成立するのだ。経済学的に抽象された社会空間は、幸運なことに、（いまのべたいみで）本質的にいって線型空間(linear space)なのであり、これが、理論経済学の成功の根本的な原因である。

また、構造人類学の場合、心的領域仮説の位置を占めるのは、近親婚禁忌（すなわち、＜性＞空間にはたらく引力と斥力との局所場）であり、社会システムに関しては、親族システムの諸類型がある。ここでは、社会空間は、決して線型ではない。しかし、明らかにな

ったのは、近親婚禁忌という作用力によって＜性＞空間が各所で捻じまがっているならば、大域的には交換のループが形成されうること、であった。構造人類学は、そのための条件を明示している。その場合、親族空間として抽象された社会空間は、定曲率をもって曲がっている、特殊なリーマン空間(Riemann Space)になっている。空間が曲率をもっていれば、局所的特性と大域的特性とは一致しないから、その両者の変換関係を、主題的に解明しなければならない——これが、構造人類学の方法の本質である、といえよう。

一般に、社会理論は以上のような好条件にめぐまれていない。社会空間は、線型空間でも、リーマン空間でもないからだ。しかし、わたしは、社会空間は記号空間である、という仮説を（いまなお直観的にではあるが）提出してみたい。社会の局所的な特性は、個体の生（なま）の身体性がとぎれるところから先へは、延長できない。けれども、記号——抽象的な身体性であるような、形式——は、局所的な特性と大域的法則とを連関させる、（唯一の）媒介子である。記号は、ちょうど核力に対する電磁波のように、社会空間の基本的な作用素であるのだ。それゆえ、記号の具体的な２状態である、言語および事物（言語的存在）のあり方を究明する作業が、重要な理論的課題となる。"記号空間論"が＜言語＞派社会学を名のるゆえんである。

さいごに、(iii) 社会理論の特殊性とは、なにか？ それは、理論が自らの対象のなかにすっかり埋めこまれている、という、回帰性(recursiveness)にある。このことにより、純然たる主観的方法も、純然たる客観的方法も、採りえないことになる。ここからすべての難問が発生するのだが、それについては、またのべる折もあろう。

なお、高木氏が昨年完成させた論文「協働過程の研究——社会学基礎理論の観点から」(662枚)に対するコメントを、別にまとめてみるつもりなので、興味ある方はそちらも見て下さい。(『論評：高木英至「協働過程の研究」(1977)』)

論理の本態について（3）

（承前）

現代数学の構造をひとことで特徴づけるのには，それが、公理主義（axiomatism）の方法にもとづいて、構成されている点を，指摘すればよいだろう。それゆえ，数学の全体像について本質的な考察を加えようとするならば，数学という体系を秩序づけている、公理主義の内容と含意とを，徹底して解明することが，必要にして充分な作業である，と言ってよいのである。

数学の全領域がひとつに統合され，公理論的な構成をととのえるに至ったのは，それほど古いことではない。むしろ，比較的最近，ほんの，今世紀にはいってからのことである。もちろん，公理の概念は、古代から知られていたのであって，公理から演繹的に構成された数学的体系が、たしかに存在した。しかし，その場合にいう公理と，今日の数学体系にいう公理とでは，その含意も，また取扱われ方も，かなりに異なるところがある。

本稿におけるわれわれの課題は，自己を組織する方法として公理主義を採用した現代数学が，目下直面している困難の性質を、見極めることである。この課題を追究するために，われわれは、ただちに，問題の最先端にまで斬りすすむべきなのかも、しれない。しかし，公理主義が一朝一夕に成ったものでなく，長い前史をもっているように，われわれの課題も，直かにそれとしてあらわれることのないままに，さまざまの哲学上，神学上，…… の論争のなかから、少しずつその体をなしてきたものなのである。そこで，われわれは，われわれの本題にはいるためには，数学的思考の，とりわけ公理主義的思考の，発達とその意義とについて，ひととおりの概観をうるようにしながら，論述をすすめていく方がよいだろう，と思われる。

数学的思考の発達は，合理的（ないし形式的）思考の発達と，密

接不可分に結びついている。それをまともにたどるという作業は，事実上，注目するに値するありとあらゆる科学上，思想上のトピックを，あらかた論じてしまおうとする作業と，異ならなくなってしまうだろう。とてもそのようなことはできない相談だが，しかし，それだけの背景と拡がりとに繋がるところのあればこそ，ここでのテーマである「論理の本態」を考えようとする試みも，意味をもってくる、と言ってよいわけだ。そこで，どうするかといえば——わたしの知る限りのことはわたしの知識で，また，わたしの知らないことは、適当な概説書（たとえば，*Kline* [1953]など）を参考にして，あたう限り簡略に，現代数学に至るまでの人類の行きがかりを論じながら，「論理の本態」というテーマをわたしが考えるに至った必然性を，絞りだしていくようにしたい、と思う。非常な遠まわりをするように見えることはたしかだが，これ以上足ばやに歩める自信はない。

固有の意味で数学という語を用いることにすれば，その名に値する知の体系がはじめて出現したのは，よく知られているように，古典ギリシャにおいてであった。

ギリシャ古典期以前においても，地中海沿岸の各地やエジプト，メソポタミア，さらには，別のもっと遠くはなれた地域に相ついであらわれた数多くの文明があったが，それらがおおむねきわめて高い水準の数学的知識を有していたことは，さまざまの証拠から明らかである。算法，暦法、天文・占星術，測地術，建築術，そのほかの技術的知識は，それらの文明を維持発展させるために、なくてはならぬものであった。しかし，これらは，今日の感覚からするならば，厳密には，数学というよりも，むしろ，算術とよぶ方がふさわしいものである。というのは，それらの知識は，いかに内容豊かであるとしても，経験のなかで実用的であるとたしかめられた限りで，無秩序に集積されただけの知識，経験的知識のよせあつめであった

からである。経験にしかもとづかない数学的知識は，個々の知識が互いにどのような関係にあるのか，個々の知識の妥当性がどのような前提の上に成立っているのかを，知ることができない。

ところで，ギリシャ人たちは，不思議なことに，それまでの人々とはひと味違っていた。それは，ギリシャ人たちが，他の文明に較べて，格段豊かな算術的知識を有していた，といういみではない。そうではなくて，そうした知識の内容を，実用面から切りはなし，全く抽象化して扱った，といういみである。その結果，ギリシャ人たちは，数学という，新たな別種の知の体系を，うみだすことになった。なぜギリシャ人たち（だけ）が，そのようなことをしたのか？　それは，大いに探るねうちのあることだと思うが，ともかくも，ギリシャ人たちの，この純粋にして極端な性癖が，たとえば，無償の知的営為たる，証明という精神活動を，発明したのである。（それ自身を歓びとする精神の自由な活動が，いかに豊かな稔りをうみだすものであるのかは，銘記されてよい。）

科学（及び技術）が数学を役立てることにはなはだ長けているので，科学の時代に生きるわれわれは，ともすれば，数学を，実用上の必要と結びつけて考えがちである。しかし，固有のいみでの数学は，人間が文明生活を営んでいく上で，殆ど必要ないものである。たとえば，徳川幕藩体制下の社会制度の複雑さの度合に比して，当時知られていた数学がいかほど幼稚なものであったか，考えてみるがいい。数学を発達させるのは，実用上の必要である以上に，名状し難い数学（的秩序）への情熱である。

数学が実用をはなれ，数学的知識が真であることの根拠が経験のなかに求められなくなった，ということの意味するところは，はかり知れないほど大きいので，この点を，いま少し詳しく，考察しておく必要がある。

12等分した紐を輪にして，3：4：5の比の三角形を張れば，最大角として直角をうることぐらいは，大昔から，大工であれば誰でも知っている。しかし，直角をうるための如上の実用的操作を（たまたま）知っていることと，$3^2+4^2=5^2$ なる関係，あるいはピタゴラスの定理（の証明）を知っていることとでは，いみが根本的に異なる。ギリシャ人たちの求めた知識は，後者であった。

わたしの考えでは，数学的知識には，少くとも，3つの水準を考えておかなければならないだろう，と思われる。それらは，①数学的表象，②数学的概念，③数学的理論，であって，それぞれ後者は前者の一層の抽象の上に，はじめて成立するものである。

人間は誰でも，数や図形について，さまざまに表象することができる。こうした能力が，歴史時代を通じて変化した，と考えられる証拠はないので，おそらく，3万年前の象徴革命このかた人類にそなわった普遍的能力の一半をなすものとして，これを考えておいてよいだろう。しかし，これら数学的な観念を整序して，数の名称体系を構成したり，図形を類別したりして，数学的概念をうみだすのは，むしろ特殊に，社会的・文明的な過程である。数学的な思考は，このように構成されてある規範としての数学的概念の上においてしか，自らをくみたてることができない。（古代の）算術は，おそらく，このような規範の個別性と恣意性とに，色濃く染めあげられていた。ところが，算術のもつこのような固有的な性格は，それ自体を根拠づけようとする数学的思考のなかで，どこまでも蒸溜され，普遍化をとげてゆくことができる。われわれがふつう数学とみなすのは，そのように数学的なるものの普遍理論へとむかう，数学的理論の展開の一系列に，ほかならない――。

のちに，数学の本性について考えてみるときに，この図式にふたたびふれ，より詳しくその内容を考えなおしてみる機会があるだろう。というのも，抽象としての数学が行詰まるとすれば，それが本来なにごとの抽象であったのかを反省し，再度その具体的な源泉へと溯行しようとするのは，当然たどられてよい思考のすじみちのひとつだから。そのようにして，わたしは，数学基礎論から，数学を基礎づけるものとしての論理へ，さらに，論理的思考を行う人間の具体的＝社会的存在性格へと，論述をさかのぼらせるであろう。

さて，われわれは，Eukleidēs のまことにまことに瞠目すべき仕事について，いまや言及すべきときである。

なぜ，Eukleidēsなのか？ それは，伝記不詳のこの数学者の仕事に注目するならば，ギリシャ人たちが築きあげた古代数学の内容の精髄を，のこるところなく知ることができるから，にほかならない。

ギリシャの数学が、いつごろからどのように発達してきたのか、については，専門家のあいだでも，ほとんどくわしいことが知られていない。残念ながら材料が失なわれてしまっているので，おそらく今後も明らかになることは，ないだろう。しかし，おぼろげにわかっているところを言うならば，ミレトスの Thalēs は，紀元前6世紀ごろから，幾何学に演繹的推論を適用していた、という。この方法は，Pythagoras，及びその学派において，一層の発展をとげた。さまざまに工夫された証明からえられた結果を，少数の定義と前提とから導出される論理的体系の形にまとめようとする，最も早い試みは，キオスの Hippocratēs によって、なされた（↳ Ruzavin，[1968＝1977：48f]）。

一方，証明を実行する際に用いる演繹的推論が，どのようなルールによって規定されなければならないのか，については，Aristotelēs の仕事が，最終的な解決を与えている。彼は，三段論法を創案してそのあらゆる場合に真偽値を計算し，背理法（間接証明法）の原理を基礎づけ，古典論理学を完成させた。

TABLE 1

Thalēs	c.624/40-546B.C.
Pythagoras	c.569-497B.C.
Hippocrates	470-400B.C.
Platōn	c.427-347B.C.
Aristotelēs	384-322B.C.
Eukleidēs	-300B.C.-
Zenon	c.490-430B.C.

Eukleidēs は，彼に先行する古典ギリシャの数学的成果を集成し，今日に『ストイケイア（原論）』として伝わっている書物に，まとめた。ここにいう「集成」とは，ただ単に，数学的知識を羅列したり，数学的に真なる命題をのこらず列挙したりすることをいうのではなくて，それらのあいだの論理的な導出関係をも，厳密な仕方で論証し，既存の知識をひとつの一貫した知の体系に構成し直すことを、いう。細瑾を無視するならば，『原論』は，その一連の前提の選定においても，それらから数百にものぼる定理を証明していく演繹的推論においても，非のうちどころのない完璧さを備えた、奇跡的にも空前の、驚くべき書物である，と言っていい。

もう少々たちいって，みてみよう。Eukleidēs の『原論』は，前置きなしに，いきなり、つぎのような一連の定義から、始まる：

第1巻 定義

1. 点は部分のないものである。
2. 線は幅のない長さ。
3. 線の端は点。
4. 直線はその上の点に対して一様に横たわる線である。
5. 面は長さと幅のみを有するものである。
6. 面の端は線。
7. 平面はその上の直線に対して一様に横たわる面である。
8. 平面角は，平面上にあって相交わりかつ1直線にならない2つの直線の傾きである。

（中略）

13. 物の端は境界である。
14. 図形は1つまたはいくつかの境界で囲まれたものである。
15. 円は1つの線で囲まれた平面図形で，この図形の内部にある1定点からその線へ結んだ直線がすべて互いに等しいものである。
16 この定点を円の中心という。

（中略）

23. 同じ平面内にあって，両側へ無限に延長してもどちらでも相交わらない直線（線分）は，平行であるという。

（中村版[1973:1f]）

定義にひきつづいて，また突然，公準が掲げられる：

公準

次のことを要求する。

1. すべての点からすべての点へ直線（線分）が引ける。
2. 有限の直線をそのまま直線に延長できる。
3. すべての中心と半径で円が描ける。
4. すべての直角は互いに等しい。
5. 2直線に1直線が交わって，同じ側に2直角より小さい内角を作るならば，この2直線を無限に延長すると，2直角より小さい内角のある側で交わる。（中村版[1973:3]）

この最後のものが，平行線公理とよばれるものである。

この公準につづいて，つぎの公理が掲げられる：

共通概念

1. 同じものに等しいものは互いに等しい。
2. 等しいものに等しいものを加えれば，全体は等しい。
3. 等しいものから等しいものを引けば，残りは等しい。
4. 重ね合わせられるものは互いに等しい。
5. 全体は部分より大。（中村版[1973:4]）

そのあとには，直ちに定理が掲げられ，その証明，次の定理，……の順でつづいていく。第2巻以降第13巻に至るまで，各巻頭で必要な定義が追加される以外に，定理の提示とその証明の反復という上述のパターンは，崩れることがない。このように，『原論』の全体は，合計10個の公理と，若干の定義とだけから，まったく演繹的に導出される，という形をとっている。

公理としてえらばれた命題は，それが他の公理や定理から証明に

よって導くことができないものであるゆえに，体系のなかで公理の位置を占めるものである。Eukleidēsは，公理が，なるべく単純な命題として，なるべく数少なくえらばれなければならないことを，充分に心得ていた（そのことは，『原論』の構成をひと目みただけでも，すぐ判る）。それゆえ，彼は，どうしてもある命題が真であることの証明を発見できないような場合に，それが真であることはすでに自明であると解釈し，彼の体系を構成することになった。幾何学の公理は，世界のもっとも単純で疑いえない事実を，数学的な命題として，端的にのべたもの，とみなされたのである。このような考え方は，きわめて自然であるから，比較的最近まで当然のことと思われてきた。

（しかし，本当は，それでは素朴にすぎる。ある思考の方法が，知識の確実さを，「証明」という手続きに求めるならば，その思考のかたちづくる体系が，やがていくつかの「公理」を，いわば析出するにいたるであろうことは，至極当然の帰結である。そのとき，証明された命題の妥当性は，前提とされた公理の妥当性のほうへと，すっかり預けられてしまったかのように，みえる。けれども，証明という手続きのもつ「確実さ」は，公理の妥当性ないし信憑性とは，もともと何の関わりもないことなのである。公理は，理論体系のなかで，他の公理とともに，ある公理系をなし，そこからみちびきだされるさまざまの帰結との反照において，その位置を保つのである。それゆえ，公理の妥当性ないし信憑性は，ぎゃくに，公理系からみちびかれる体系全体の妥当性によって，推測されるしかない。単純な個々の命題としてほぐされてしまった公理のおのおのに，「自明な確かさ」を認めるように言われても，もともと無理なのである。――この点は，のちにわれわれがHilbert，Gödelらの仕事に目をむけるときに，論ずる方がよいだろう。）

Eukleidēsは，きわめて賢明かつ巧妙に，公理をえらんだ，と言えるだろう。もちろん，そこには，改良の余地が，ないとはいえない。たとえば，Hilbertは，ユークリッド幾何学を，5類20箇の公

理によって，完全に基礎づけられることを、論じた（→Hilbert [1899]）。しかし，『原論』の見事な完璧さは，その後2000年以上，今日に至るまでも，絶えざる賞賛の的であった。たとえば，平行線公理が余分であろうと考え、これを他から証明しようとしたり、より単純な公理でとりかえようとしたりした人が，少なくなかったが，結局それは不可能であることが，判明した。その点，平行線公理を公理として採用するのをためらわなかったEukleidēsは，ここでも正しかったのである。平行線公理をめぐる一連の問題については，のちに詳しくとりあげるであろう。

公理と同様，定義についても，『原論』は，何ら説明らしい説明を付していない。「長さ」とか，「端」，「境界」とかいう用語によって，何を表象すればよいのかすら，はっきりしない（させようがない）。しかし，これは，Eukleidēsが，もっとも要素的な幾何学的概念を定義することは本来不可能であることを，よくよく承知していたことを，示すものである。

このように，Eukleidēsの体系は，今日われわれが「公理主義」として知るようになる諸特徴，すなわち，いくつかの定義されない概念，それを含む一連の命題であるような公理，公理やすでに証明された定理から他の諸命題（定理）を導出するための形式論理、という，形式的体系の諸要因を、のこらず内蔵しているのである。その点で，古典期，ヘレニズム期を通じて発達した古典数学と，現代数学とは，その方法において本質的になにひとつ異るところはない，と言ってよい。古代において，ギリシャ人たちが有していた数学的知識の水準の高さには，実に驚嘆すべきものがある。20世紀の業績すべてを束にしても，到底，Eukleidēsひとりの天才にすら，対抗することは覚束ないだろう。（「ひとり」と言ったが，もしかすると，Eukleidēs は Bourbaki のような集団名ではないのかと，疑いたくもなってくる。）

しかしながら，ついでのことに，批判的な視点をつけ足しておくのも，無益ではあるまい。古代世界の生みだした数学体系が，たと

えいかようにすぐれたものであったにせよ，それもまた当然，われわれの視点からすれば，終始ある限界をまぬかれなかったもののように，映ることになる。

ギリシャ古典数学の特徴を，近代的な数学との対比においてまとめてみるなら，おそらく，つぎのように言ってもいいだろう――

①無限の、数学的取扱いを，拒否している。

②幾何学を，数学の基礎の位置においている。

③数学を，世界に関する知識とみなしている。

これらの点それぞれについて，一応説明しておこう。

まず，第1の点について。Zenonのパラドクスからも容易に推しはかられるように，「無限」の観念は，ギリシャ人たちの忌みきらうところであった。その理由については，然とわからぬところもあるが，要するに，彼等の目からみれば，完全なものは有限なものなのであり，無限なものは不完全なものにすぎなかった，ということらしい。（この考え方は，数学基礎論における「直観主義 Intuitionism」の発想と、一脈通じるところがあって，興味ぶかくおもわれる。）それゆえ，どこまでもつづく直線よりも，円の方が，完全な図形として好まれた。証明に，円と線分とだけを用いることとしたのも、その故だといわれる。キリスト教系列の思弁では，無限の表象は，むしろ，完全者の観念と結びつくので，こうした考えとはなじみにくいかもしれない。

第2に，ギリシャ人たちの数学的思索の対象は，主要には，幾何学的な図形であった。もちろん，彼らは，数についても，きわめていきとどいた多くの知識をもっており，たとえば，$\sqrt{2}$が無理数であることを、証明したりしている。しかしながら、彼らは，すべての数学的な問題を，幾何学的ないし図形的な問題に帰着させて，考えるのであった（これは，Descartes以降，われわれが，すべての幾何学的な問題を代数的に処理してしまうようになってきたのと，ちょうど対照的である）。いずれにせよ，幾何学的図形は，思考するに好ましいものである。

では、なぜ、数が嫌われたのか？ 数は、商人たちの用いる実用上の卑しい概念であるという理由から、あるいは偏見によって遠ざけられたのかもしれない。ギリシャ人たちの記数体系は、はなはだ不完全なものであったから、その操作性もきわめて低いものであった。それゆえ、代数によって数学体系を基礎づけようとしても、そう簡単にはいかなかったであろう。しかも、零という数概念は、当時まだ知られていなかった。近代的な合理精神は、ギリシャ的な演繹的推論と、インド的な零の概念とが出逢うところから、はじめて出発できたのである。

第3点について。ギリシャ人たちは、経験数学のようなありきたりの発想をとらなかったから、数学的対象が高度な抽象作用にもとづくものであることを、よく理解していた。しかし、それは、数学が経験的な知識とは異なる研究領域に属する、と考えられていたから、というよりも、むしろどちらかといえば、数学の方が経験よりもすぐれた認識の方法である、と考えられていたからだ、とみられよう。数学的対象のような、理想化された対象を究明することによって、世界に関する正しい知識、真理がもたらされる、と信ぜられ、それゆえそうした抽象が、とことんまでおしすすめられたのである。ヘレニズム時代には、科学・技術的な関心がややたかまって、極端な経験蔑視の風はうすらいだが、それでも、経験科学と抽象数学との分離にもとづく方法論的な問題には、まだ悩まないですんでいる。ギリシャ人たちは、ありとあらゆることを考えたが、結局のところ、形式主義的な不条理感からは、縁遠かったらしい。

ギリシャ人のかような知的性格を、ひとことで表現するには、E. Minkowski の命名による「病的幾何学主義 pathologische Geometrismus」とのもじりで、「健康なる幾何学主義」とでも言えばよいのではなかろうか。

古典数学は、Eukleidēs をもってその絶頂をむかえ、ヘレニズム世界の終焉とともにその姿を消してしまう。わずかにアラビアへ継

承されたその内容が、ふたたび西欧世界の理性的な思惟のなかにとりこまれ、数学をめざましく発達させはじめるまでには、永い年月が経過することになる。

ユークリッド幾何学は、人類が最初に手にした完結した形式的体系であり、はじめて実現した完全理論であった。それゆえ、あらゆる（科）学が倣うべき先例とみなされたのも、当然であろう。Eukleidēs の成功は、まさに画期的な出来ごとである。

それでは、すべての（科）学が、ただちにユークリッド幾何学にならったのだろうか？ そうではなかった。たとえ、そうしたくとも、さまざまな事情に妨げられ、誰もそのような試みに成功しなかったのである。それにはいろいろの理由があるのだが、いまその点にくわしくふれている暇はない。

中世を蔽いつくした一神教的世界観に大きな亀裂を生じさせ、合理的な思考を賦活させる上で、天文学、力学をはじめとする自然科学の諸分野での一連の仕事が、きわめて重要な役割を演じたことは、よく知られている事実である。そのような識知論上（epistemological）の転回は、数学と経験的知識とが新しい仕方で結合したことにより、もたらされた。その最大の成果は、いうまでもなく、Newton の力学理論である。この体系において、人類は、経験科学の領野においても、数学こそが知を秩序づける原理であることを、ようやく確信するに至った。Newton 力学こそ、Eukleidēs の体系に匹敵するだけの、形式的完璧さをそなえた、いまひとつの理論なのである。

それゆえ、合理主義的思考の系譜をたどるわれわれとしては、次に、物理学において Newton がどのような仕事をなしとげたのかを、あとづけてみるべきであろう。そのようにすれば、論理の本性を、論述の網になんとかして囲いこもうというわれわれの作業は、1段階だけ先へすすむのである。――もっとも、Newton の仕事の革命的な性格をよく理解するためには、はるかに手前の方から、準備に

とりかかる必要があるけれども。

固有のいみでの宗教は，分裂の末に見失なわれた自己同一性を観念的に恢復しようという集合的な試みである。それゆえ，このいみでの宗教を支える信仰は，そのいかなるみかけにもよらず，決して素朴な意識からなるわけがない。宗教の営為は，本来，信仰だけによって支えられれば充分であるはずなのに，信仰という態度が内包する矛盾が，つねに、かえって宗教を分裂と解体の淵へと追いやっていく。それを喰いとめんがため，宗教は，自己の反対物——論理——によって、自らを補強しようと試みることさえも，しなければならなくなる。元来ありえないはずのAristotelēsと超越宗教との結びつき——中世世界における，教義学——は，そのようなものであった。理性が自由に創出した仮説が，骨化した教条へと文体をかえ、神学者に継受されていく。しかし，このような弥縫的妥協が、そういつまでももちこたえる見込みは，全くない，合理的な思惟の自由なはたらきが，教条を打ちくだく日が必ずやってくる。——これが，西欧キリスト教世界の変転からみてとることのできる，きわめて大づかみな精神のダイナミズムである。

Aristotelēs 教学の天文学版は，Klaudios Ptolemaios の理論であった。エジプトのこの偉大な学者の学説が、キリスト教会に都合がよかったのは，それが充分にゆきとどいた、最良の天文学的知識であったから、ばかりではなく，それが天動説によっており，Bible の記述と背反しないから、でもあった。それゆえ，Ptolemaios の学説は，教条として、キリスト教教義と結びつきうる。

「Ptolemaiosの理論」とよばれるものの成立について，略述しよう。彼は、Eukleidēs がそうしたのとちょうど同じように，先行する古典期，ヘレニズム期の多くの天文学者の所説を集成し，『アルマゲスト』という書物にまとめたのである。そして彼自身，新たな貢献をつけ加え，天文学の古典理論を完成した。

彼に先行するギリシャ人たちの天文学は，どのようなものであっ

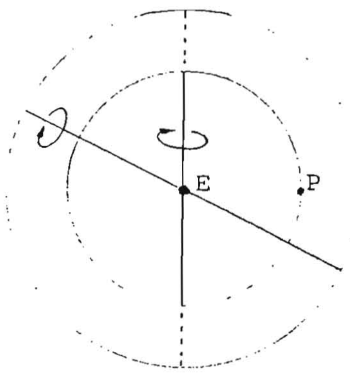
たか？ 彼らは，Pythagoras学派をはじめとして，天体現象になみなみならぬ関心をよせたが，その関心のありようがエジプトやバビロニアの神官たちの場合といちじるしく異っていたのは，彼らの理論天文学に対する志向である。彼らが自らに課した理論的課題とは，こうであった——不動の地球と，1年の周期で周転する天空とのあいだで，みたところきわめて不規則な軌道を描いててんでに動きまわるいくつかの天体，すなわち，月，太陽，火星，金星，水星，……など一連の「惑星」の運動を説明する，数学的な理論を，考えよ。

Platon が提示したといわれるこの課題に対して，まずEudoxosが，つぎのような回答を与えた——各惑星の運動は，地球を中心としておのおの一定の速度で回転するいくつかの同心球の運動の複合として，説明されるはずである（図<3>）。それに対して，Hipparkhos は，観測値との誤差をより小さくするように，次のように理論を改良した——惑星は，不動の地球（ないし，その近傍）を中心とする従円の円周上を，ある一定速度で運動するような点を中心とする周転円上を，ある一定速度で運動する（図<4>）。

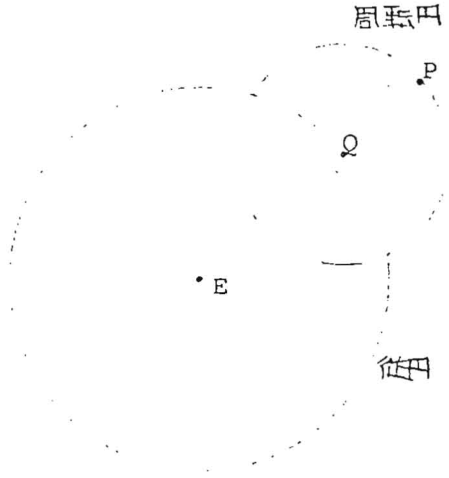
この両者の考案したモデルは，まことに卓抜なものと言うべきであり，しかも惑星の不規則な運動をかなりよく説明できた。たとえば，Hipparkhosの理論によれば，月食をかなりの精度で予言することが可能であり，経験的妥当性という点からみても，申し分なかったのである。それは，Aristarkhos の唱えていた天動説モデルとは比較にならないほど，精密な理論であった。Ptolemaios の段階では，天体現象は，確固とした数学的モデルによって基礎づけられた理論により，適切かつ合理的に解明することのできる事象と，みなされていたのである。

TABLE 2

Eudoxos	c.408-335B.C.
Aristarkhos	301-230B.C.
Hipparkhos	190-125B.C.
Ptolemaios	fl.127-151



図〈3〉Eudoxosの
同心球の略図
（中 Kline［1953；Fig.16］）



図〈4〉Hipparkhosの
天体系の略図
（中 Kline［1953；Fig.17］）

Eudoxos の考えた同心球や，Hipparkhosの考えた従円，周転円は，何か神秘的な存在だったのだろうか？ それらは，理論を数学的に構成するための装置として案出された，仮説的な構成物（hypothetical constructs）である点を，よくよく確認しておこう。これらの実在が素朴に信じられていたわけでもないし，これらが何でできているか，いかなる仕組みによって，天体と接着し，相互に特定化された仕方で運動するのか，等は，まったく二次的な問題で，彼ら理論家の顧慮の外にあった。古典的な天動説は，今日の偏見をふり払ってみれば，明らかに科学的な理論の体系である。

古典天文学を集成した Ptolemaios の理論は，きわめて精確であったため，もはや地球中心説は，単なる仮説であるとはうけとられず，ユークリッド幾何学のような真理としての扱いを，うけるに至るようになる。ただわれわれは，Ptolemaios の理論体系のなかに，近世以降の天体理論と異なる，どのような不純な要素が秘かに混入しているのかに，目を配っておこう。それらは，つぎのようにまとめられる：

① 地球と，（それ以外の）天体とを，異なる秩序に属する別々の現象と考え，別々の原理によって説明する。

①′ 地球は，天界の不動の中心である。

② 天体は，円軌道を等速で運動する。

これらの点について，簡単に説明しよう。①と①′とは，Aristotelēs の自然学と対応している。彼によれば，すべて地上の物体は，その自然な位置に静止することが，自然な状態である。重い物体の自然な位置は，宇宙の中心である。これに対して，天体は，天空を周回しているのだから，きわめて軽いものであるにちがいない——。このような，地上と天界との範疇的な区分けは，一種のイデオロギーとして作用する。Aristotelēs が Aristarkhos の地動説を斥けたのも，そのような理由からだったと，いわれている。また，②に関しては，さきに幾何学体系について論じた折ふれたように，円という図形が，完全なものである故に，ことさらギリシャ人たちに好まれた，という事情を考えなければならない。彼らは，楕円そのほか，一連の円錐曲線の性質について，相当行きとどいた考察を加えていたのだが，天体の軌道が楕円であると考えることには，抵抗があっただろう。

ギリシャ人たちも，天体に関して，ある種の「宗教観」を抱いており，それは，彼らの天体理論のなかに，反映されている。しかしながら，この古代の天文学者たちが，彼らの理論を組みたてるのに，自分の純粋な知的好奇心と，数学的合理的精神と，以外のものを，動機とする必要はなかったはずである。自分の理論は，仮説であったから，もしより好ましいモデルが出現すれば，これまでの理論を捨て去るのに，おそらくそれほど大きなためらいは要しなかったにちがいない。天体が数学的秩序のもとに運行するとすれば，それは世界が合理的につくられているから，である。「神は永遠に幾何学する（Platon）。」

しかし、彼らよりはるかに遅れてやってきた、数学者たちの動機は、ずっと異なったものであった。キリスト教会は、理論天文学にいささかの関心もあるはずがないにしても、やがて、暦学上の必要から、また、神学的な理論武装の必要から、Ptolemaiosの理論に、目を向けることになる。

キリスト教の発想からすれば、世界のあらゆる秩序は、みな唯一神に発したものでなければならない。天界の秩序もまた、神をその実体とする。天体の運行が数学的であるのは、神がそう定めたからである。そこで、つぎのようなことが、神学者を悩ませ、脅かすことになるだろう——ひとつには、天界の秩序が、完全に数学的ではなく、説明できない撹乱がのこっていること、そして、もうひとつには、（はるかに重大なことであるが）Ptolemaiosの理論よりもすぐれた、別の天体理論が出現すること。ある仮説にすがりつき、それを教条に仕立ててしまった教会は、それを容易に手放すことができないで、ついに打ちたおされるまでそれにしがみつくことになる。実際、この対立が、天動説対地動説の護教論的な争いとして生じてきたのは、周知のことである。

Copernicusが天体現象の研究に着手した当時も、天文学の理論は、Ptolemaiosの理論に、まだ何ひとつつけ加えてはいなかった。Copernicusが、古典天文学の図式を克服するような理論を考えるに至ったのは、ギリシャ文化復興運動のなかで、かつて唱えられていた地動説について知ることになったのが、大きなきっかけになっている。彼は、従円の中心を、地球ではなく太陽とするならば、観測データを厳密に説明しようとして修正を重ねあまりにも複雑になりすぎていたPtolemaiosの理論の数学的な構造を、ずっと単純なものに書きかえることができることを、発見した。（彼のモデルによれば、それまで77箇の円が用いられていたものを、31箇にまで減らすことができた。）

Copernicusは、このように、古典理論のドグマの内、①および

①を廃棄したが、②の円軌道の仮定にこだわったために、観測と充分に一致する理論を構成することはできなかった。この段階では、彼の天動説理論と、伝統的な天動説理論との優劣は、記述的な妥当性の差異というよりも、数学モデルの簡潔性の度合にあった、とみることができる。しかし、固定太陽説を採るならば、地球が運動すると考えざるをえず、その影響がなぜ地上の我々にみとめられないのかを、新たに説明する必要が生じてくるから、全体として見た場合に、この直観にはなはだ反する仮説を採用することの利益が、それほど大きかったとは、言いがたい。

Copernicusの学説に大きな刺戟をうけた、天文学者にして占星術師Johannes Keplerは、天体の運行を支配する調和的な数学的関係をどうにかして発見しようと、工夫に工夫を重ね、試行錯誤をへて、ついに、17世紀のはじめ、いわゆる、惑星運動に関するKeplerの3法則を、発見するに至った。それらは、よく知られているように、つぎのような、単純な数学的命題から、なる：

1° 惑星の公転軌道は、太陽を一焦点とする、楕円軌道である。

2° 惑星と太陽とを結ぶ動径は、等時間に等面積をえがく。

3° 惑星の公転周期の2乗は、惑星の太陽からの平均距離の3乗に、比例する。

この内、1°、2°は、惑星は円軌道上を等速運動するにちがいない、という、ギリシャ以来の、そしてCopernicusをもとらえてはなさなかったドグマを、破砕するものであった。Keplerは、自分の新しい数学的仮説の方が、観測に、はるかによりよく合致する、という

TABLE 5

Copernicus, Nicolas	1473-1543
Cardano, Geronimo	1501-1576
Galilei, Galileo	1564-1642
Kepler, Johannes	1571-1630
Descartes, René	1596-1650
Newton, Isaac	1643-1727

ので，1°～3°の法則を提唱したのであるが，なにゆえ1°～3°の命題が成立するのか，理解することも，説明することも，しなかった（できなかった）。

Keplerの理論は，簡潔で、しかもよく観測結果と合致する数学的モデルであったために，次第に多くの人々にむかえられるようになった。それは，古典天文学よりもすぐれた、すなわち、経験的にもいっそう妥当な，理論であった。（もっとも，Keplerの法則は，惑星相互の引力による軌道の歪みを無視していたから，ある程度以上の精度をうることはできなかった。）

地動説は，魅力的かつ強力な理論であったが，にもかかわらず（いや，むしろそのゆえに）キリスト教世界の教条に違反するという廉で、多くの反対にむかえられることになったのは，当然のなりゆきというべきだろう。伝統的天文学理論の教条によれば，天体は，その運動のみかけに従って，

- 地球
- 天体
  - 惑星
    - 太陽
    - 月
    - 火星，水星，木星，金星，土星
  - 恒星

のように，区分されていた。天界と地上との区分は，第1義的である。ところが，Copernicus，そしてKeplerの理論は，このような範疇区分を，否応なく，混乱のなかにつきおとしてしまう以外にない。その場合の問題は，理論天文学における仮説a,bのいずれがよりよいとみなされるべきか，という理論上の問題をはなれて，天体現象をふくむ全自然体系に関して紡ぎだされ骨化した教条の網を喰い破るか否かという，認知論上の問題に移動してしまう。この問題の決着は，Newton力学の登場によって，ようやく大勢が決することになる。Newtonの理論が成功するにおよび，物質的な世界は完全に恩寵と神秘の領域をはなれ，理性の光のなかにとりこまれることになる。

Newtonの仕事の意味と影響を理解するためには，その3人の先行者について，知らねばならない。内1人は，いまのべたKeplerであるが，他の2人は，Galilei および Descartes である。まず，Descartesの数学的業績について，先にのべよう。

Descartesは，解析幾何学の創始者（のひとり）として（も），夙に有名である。解析幾何学は、初等・中等の数学教育に大幅にとりいれられているので，人はそれになれ親しむあまり，ともすると，その方法論的な重要性を看過してしまうことに，なりかねない。そこで，解析幾何学の発明がどれほど重要な事件であったのか，ふりかえってみよう。

Descartes以前においては，幾何学と代数学とは、相互に交わることなく，ばらばらに，独自の歩みをたどってきていた。——いや，むしろそれ以前に，満足な代数学など、ルネサンスに至るまでの西欧には、ひとかけらたりとも存在しなかった，と言っておくべきかもしれない。しかし，アラビア経由で合理的な記数法の体系が移入されるにおよび，ようやく代数学の領域でも，独自の仕事があらわれるようになった。たとえば，Cardanoが発表した4次方程式の一般的解法などが，それである。そこへ，Keplerが，惑星の公転軌道を楕円と仮定する理論を発表したので，2次曲線がいかなる性質をもつのか，詳細に明らかにする必要が、にわかに生じてきたのであるが，それは、直ちに実行可能ではなかった。というのは，古典的な円錐曲線に関する理論は，この要請にこたえるには，きわめて不充分な，およそハンディとは言えない代物だったから，である。ちょうど，このようなときに，Descartesは，曲線の各点を，実数の対からなる座標によって表示するという工夫をおもいつき，その着想からわずか2～3ヶ月のあいだに，それまで扱えなかった多くの問題に、きわめて容易に，解決を与えることができた。

（以下次号。文献は完結時にまとめて掲げます。）