構造=機能理論研究における若干の進展

～志田の「同型定理」を軸に～

橋爪 大三郎

「構造=機能分析」として今日一括されているのは，理論社会学のもっとも中心的な一動向である。しかし，その主張の内実と含意は，なお十分に明らかにされたとは言いがたい。以下では，最近この構造=機能的な理論を再検討する作業のなかからもたらされた，いくつかの新しい結果を報告する。その内容は，構造=機能分析と社会的決定理論とがほぼ同型の議論であって，前者を後者の枠組みで考察することができるであろう，という主張（「同型定理」）であり，これを，一連の数学的定理によって裏付けていこう。こうした論旨に誤りがなければ，理論社会学は，その粗野な現状を脱皮して，ようやく１人前の成虫に生まれかわることになる。

目 次

1. はじめに

構造=機能分析（Structural-Functional Analysis；以下SFAと略）とは，現代アメリカの代表的な社会学者 Talcott Parsons（1902–1979）の唱えた理論的な立場である。この主張は大きな影響力をもち，理論社会学のもっとも重要な潮流に成長した。わが国でもこの学派は独自の展開をとげ，吉田民人，小室直樹らの独創的な論客を生んでいる（↳青井(ed.)【1974】）。

SFAがかほどの広汎な影響力をもった理由は，おそらく，それが，もっともありふれた自然な発想であるところの機能的な思考様式（functional way of thinking）を，システム論的な記述・分析枠組みとうまく接合させ，一体のものへと組みあげることに成功した点に求められるだろう。たしかにSFAは，それ以前の素朴な機能理論にくらべ，それなりの洗練をとげている。しかしこれは，SFAが十分に完成された理論体系であることをいみしない。むしろなお粗削りであり，解決すべき論理的不整合をさえそこここに含んでいることは，見る眼のある人にとってはまったく明白なところである。

SFAが未成熟であるため，その登場はまたSFAに対する多くの早とちりで見当ちがいな批判をうんだ。これら批判はおおむね，まともな対応に値しないか，克服可能なものである。実際，上述の吉田，小室らの作業は，SFAを補綴・拡張し，それらの批判にこたえることを念頭においている。こうした努力は，評価すべきものである。

志田基与師，恒松直幸，私（橋爪）の作業グループは，これらとまたちがった角度から，SFAを批判的に検討しようとしている。SFAは，それを極限にまで改良したとして，どのような性能をもつ社会理論なのであろうか？ その理想状態においても，SFAはある重大な欠陥ないし制約を免れることができない，ということはないのだろうか？ このような疑問をつきつめるため，構造=機能分析の理想形を，構造=機能理論（Structural-Functional Theory；以下SFTと略）として概念化しよう。このSFTを幾つかの基準にてらして考察した結果，われわれ３名は，SFTは社会理論として完結することができないであろう，という確信に近い予想をいだくに至った。この，やや意外な結論を，

戯れに「構造＝機能理論の不可能性定理」とよぶならば，われわれの作業グループの課題は，この定理の満足すべき証明を与えることに尽くされると言ってよい。むろん不可能性定理とは，ある特定条件下での不可能を主張するものであり，裏をかえせばかならず可能性定理にもなっていることを，忘れてはいけないのだが。

目下の確認によるなら，SFTの難点は，２点に集約されると思われる。ひとつは，複機能要件－複機能システムのモデル（後出）を解析することができないことであり，もうひとつは，社会構造の変動を機能論的にとりあつかうことができないことである。この難点をそれぞれ，複要件問題（および複システム問題）、構造変動問題といおう。本稿で紹介する「同型定理」は，このうち前者、複要件問題に専ら関わり，それが解決できないことを論証するうえで重大な役割を演ずる。後者、構造変動問題は，SFT が構造変動仮説（Structural Change Hypothesis ; SCH と略）を、機能的論理の枠内ではどうしても特定することができない，という主張を論ずるものだが，本稿では一切ふれないでおこう。

2.　機能的な決定の理論としての，構造＝機能理論

機能主義（Functionalism）として一括されるような社会理論は，観察される社会の状態を、機能的に説明しようとする主張傾向をもっている。この立場にたつ人々は，つぎのように言うだろう：これこれの集団なり，組織なり，全体社会なりが，いま現にみるような状態にあるのは，それが機能的であるから、そうでない場合にくらべて「より一層うまく」作動するから、に他ならない。機能的でないものは，機能的なものに道をゆずらなければならぬ。——実現される社会状態が，機能的であることもないこともできる，要するにどちらでもよい、と考えたのでは，機能など社会にとってちっとも本質的でないことになってしまう。だからどうしても，機能なる概念を，説明形式の中心に据えなければならないことになる。機能主義の立場にたつ社会理論は，この方向に純化してゆくしかない。

志田【1979】は，機能主義的な社会理論がそなえていなければならないはずであると思われる，一定の体裁（形式的規準）を，説明形式の形でとりだしてみせた。このペーパにより，少なからぬことが明らかとなった。その重大な帰結のひとつは，機能主義的な社会理論は，社会にかかわる機能的な決定の理論でなければならないこと，そして，機能的な決定とはつきつめてみれば順序（order）にほかならないこと，を明示してみせたところにある。機能主義者のやろうとしていることとは，機能的な決定のメカニズムを内蔵している１箇のシステムとして社会を描きだし，説明することなのだ。

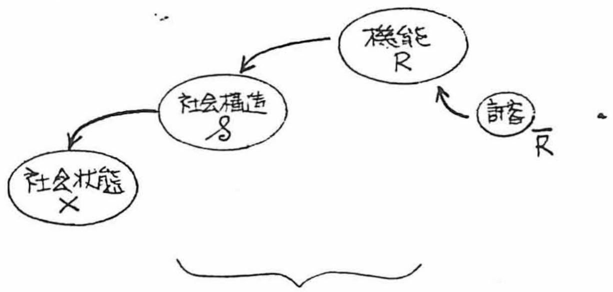
SFT（構造＝機能理論）もまた，このような機能主義的な社会理論のひとつであるから，機能的な決定の原理をその核にして，できあがっているはずである。そのほかに，SFT はそれ独自の，いろいろな理論装置をもっている。これについては，実はさまざまの整理の仕方がありうるのだろうが，もっともいき届いた定式化のひとつとして，小室直樹による SFA の再構成の試みを、まずまっ先に挙げなければならない。小室による SFA の定式化は，活字としてまとまって発表されてはいないのであるが，講義などを通じて知りうる限りでは，T. Parsons の問題意識を着実に継承し，なおかつその議論の弱点をよくカヴァーした，もっとも信頼するに足る議論であると信ぜられる。そこでこの小室による SFAの定式化をさして，SFTの小室ヴァージョン（the Komuro version of SFT）と称することにする。

橋爪【1977】は，この小室ヴァージョンに集合論的な表現を与え、そのかくれた含意をなるべく多く明るみに出すよう工夫した。この試みは，恒松【1978】，志田【1979】にもうけつがれ，改良が重ねられたが、現在われわれはそれを，SFTの拡張小室ヴァージョン（the extended Komuro version of SFT）として共有している。ここでその全体を紹介することは控えておくが，重要なポイントは説明しておかなければならない。

どのヴァージョンによるにせよ，はっきりしていることは，SFT が，社会を記述し説明するうえで独特な原理をもっていることである。SFT の特徴は，社会を構造＝機能モデルによってとらえ，説明しようとするところにあると思われる。構造＝機能モデルとは，システム論的な発想にたち，構造的な要因を加味して社会をとらえる，つぎのような接近法の前提をなすモデルである：何

らかの組織であれ全体社会であれ，任意の社会システムのある特定の状態は，1組の変数（社会水準変数）のとる値（x）として，記述できるのであるが，この値は実は，多角的な相互作用の到りつく先、すなわち均衡値（x°）にほかならない。ところで，この多角的な相互作用の，相対的に安定な型のことを，社会構造（$\mathcal{S}$）という。観察される社会状態の均衡値は，この構造に依存して定まるものであると考えられ，そのいみで，社会システムは構造によって制御されていると言うことができる。社会システムの任意の状態は，構造によって説明すべきものである。

ところで，この社会構造は，永久不変のものであるとは思われない。堅固にみえた体制も，一夜にしてガラガラと崩壊し，別の秩序に移行してしまうということだってある。SFTは，このような社会構造の変動をも説明しようとする。いったい，すべての社会システムは一定の機能的要請を満足せねばならず，さもなければ，その現状を維持しえないのだ，――こう，SFTは考えるはずである。つまり，社会システムには，どこかで機能的評価（functional evaluation）が行なわれており，機能評価関数（functional evaluation function；F）を擁している。これは，当該社会の機能充足の度合をはかる，得点計算のようなものだと思えばよい。この得点計算が，1次元的な尺度にもとづくものならば，その社会システムはただひとつの機能要件（functional requisite；FR）をそなえており，そうでないならいくつかの機能要件をそなえていることになる。（たとえば，有名なParsonsのA・G・I・L図式などは，後者すなわち複数の機能要件を設定する試みの一例である。）機能論的な発想を一貫させるならば，ある社会が特定の社会構造をそなえているのは，まさにそれが機能的である（一連の機能要件をそれなりに充足させている）からに他ならない。



順序 $\mathcal{O}$

社会状態空間（考えられるすべての社会状態 x の集合；X）の上で定義された機能評価関数Fによって生成される空間を，（機能）要件空間（R）といおう。この空間Rは，機能評価の値の集合である。さて，この要件空間は，その内部に，社会構造，ひいては社会状態を制御する機能的な決定の原理を，そなえていなければならない。このような，社会状態や社会構造からは独立した評価の原理のもつ論理構造をつきつめてみると，それが何らかの順序（order）でなければならないことが，判明する（志田【1979】，【1980】）。どちらが良い，どちらがましだ，というようなことが言えることと，なにか順序づけをしているということとは，同じである。機能的な評価の本質は，要件空間Rにおける何らかの順序構造（$\mathcal{O}$）として定式化できる。機能的な決定の原理とは，この順序構造 $\mathcal{O}$ のうえでの選択の原理にほかならない。

要件空間Rは，社会構造 $\mathcal{S}$ が変動すべきか否かを，その社会状態の現状にもとづいて一義的に決定できる――このようなとき，社会の機能的な説明は，万全のものである。（このような決定が不可能であれば，SFTを機能的な論理で一貫させることはできない。）そこで，構造変動（Structural Change；SC）を決して惹起させないような要件空間の部分集合を考え，これを許容域（permissive domain あるいは acceptable domain；$\bar{R}$）と名づけることにする。許容域は，各機能要件の充足の度合のなかから，十分に満足すべきものの組みあわせを最終的にえらびだす，判定条件のようである。この許容域にもれるならば，当該の社会システムの現状は非許容であると判定されたことになり，社会構造 $\mathcal{S}$ の一部または全部が，変化しなければならない。

SFTのたてる社会の構造＝機能モデルにおいては，社会は2重に，制約されている，すなわち，構造的な制約と機能的な制約とに服している。このふたつの制約は別々のものであり，両者が矛盾した場合には後者すなわち機能的な制約が優先し，前者すなわち構造的な制約はその形を変えなければならない，と考えられている。

以上が，SFTの（拡張）小室ヴァージョンによる整理の一例である。このようなSFTが社会理論として満足すべき性能をそなえているかどうかを批判的に吟味する作業は，橋爪【1977】あたりからはじまったが，志田【1979】は順序構造をSFTの中心にすえ，それとArrowの定理との関連を指摘することで，議

論を新たな一段階へとみちびいた。さらに志田[1979]は，恒松[1978]が順序の合成に関する重要なひとつの場合を考察し，有用な結果をすでに与えていたことを再発見・再解釈してみせたのである。

SFTが機能主義の発想を肉付けしようとする試みである限り，それは機能的な決定の議論として自らを完成させなければならない。その際に，順序構造論は，中心的な論点（のひとつ）を構成する。したがって，SFTの方法論的な検討の作業は，Arrowの定理に代表されるような社会的決定の理論と，深いつながりを有することになる。

3. 志田の「同型定理」

われわれが志田の卓抜な着眼に敬意を表して，志田の「同型定理」とよぶのは，つぎのような定理，というより仮説的な予想命題である：

> **Th.**（志田の「同型定理」）
>
> (1)　SFT（の含む複要件論）と，社会的決定の理論とは，その論理構造において同型（isomorphic）である。

この主張の内容をかみくだいて言うと，次のようになるだろう：SFAは，これまでA・G・I・Lの4要件をたて，それらの充足水準と社会状態や構造との関連を論じてきた。SFTは，どうしても複数の機能要件を樹てて，そのうえで，社会システムの状態をそれら機能要件が制御する，機能的な決定のロジックを用意していないといけないようである。この複要件問題を扱う，複要件（空間）論であるが，その前提をよく考えなおしてみると，社会的厚生関数や社会的選択などについて議論をすすめてきている，社会的決定の理論と大変よく似通っている。わずかにちがうところがあるものの，むしろそっくり，瓜二つだと言えるではないか?! だから改めていちから考えなおすのでなくとも，機能的決定の論理の帰結を，社会的決定の理論のさまざまな議論から探りだすことができる。社会的決定の理論は，その解釈をつけかえるならば，そのまま複要件論

として読みかえ可能である，両者の議論の数学的な構造が，一致しているからである。

もし，以上のような同型定理の主張が成立つのだとすると，すぐさま興味ぶかいさまざまの結論をSFTにもたらすことができる。そこでまず，SFTが前提とする構造＝機能モデルと，社会的決定の理論があつかうような社会的決定のモデルとの，対応をつけてみよう：

(2)
- (i)　機能的な決定 ―――― 社会選択
- (ii)　機能評価関数 ―――― 社会的厚生関数
- (iii)　機能要件 pl. ―――― 個人 pl.
- (iv)　各要件の，機能充足 ―――― 各個人の，効用関数
- (v)　なにがしかの，順序構造 ―――― 弱順序

この対応が文字通り，100%のものであれば，同型定理の成立は疑いをいれない。しかしただちにわかるように，対応(2)の成立には，いくつかの留保が必要になる。まず，個人の複数なることと，機能要件の複数なることとでは，いみが異なるということ。社会的決定の理論では，何人かの個人が，実現されるはずの社会状態の選択肢のあいだに，たまたま同一の順序づけを施すという場合があってよいし，それが十分にいみをもつ。それに対してSFTにおいては，互いに区別される機能要件は，一連の選択肢（実現されるはずの社会状態）のあいだに互いに区別される順序づけを与えるのでなければならない。同じ順序づけを与える機能要件は，同じ機能要件であって，区別する必要がないはずである。したがって機能要件の複数なることとは，それらが互いに異なった順序づけであることを含意している。つぎなる留保は，順序構造について。社会的決定の理論は，伝統的に，個人もまた社会も選択肢のあいだに弱順序を与えるものであると考えてきた。これに対して，SFTの場合，弱順序をはじめから要請してしまうのは，条件がきつすぎるのではないかと考えられる。もっとルーズな順序構造である，束（そく）であるとか，擬順序であるとかを想定するにとどめておくのが無難ではなかろうか。そうすると「価値の通約不可能なる場合」をもSFTの射程圏内におさめうることになろう（↳見田[1972]）。要件空間のな

かたどんな順序構造 $\mathcal{O}$ を考えればよいのかについて，定説らしいものはどこにも存在していないが，われわれは盛山和夫の示唆にもとづき，* 束のような順序構造を標準的なSFTが採用すべきことを提案する。

* 盛山和夫の示唆は，1978年春の，小室ゼミナールでの討論による。

社会的決定の理論は，束ないし擬順序を念頭においたものではないので，ここでSFTがその順序構造 $\mathcal{O}$ としてそれらルーズな順序づけを採用したとすると，Arrowの定理をはじめとする一連の結論がそのままでは成立しなくなる。さきの同型定理が，妥当しなくなるかもしれない。これはSFTの解明にゆゆしい障害をもたらすものだといえるが，幸いなことにわれわれの検討の結果，ルーズな順序構造から出発しても適当な工夫によって，議論を社会的決定の理論と類同なかたちに直すことができそうなことがわかった。その詳細についてはのちほど改めて論じることとして（↳p.　），ここでは，同型定理の重要な一帰結のみを紹介しておく。

社会的決定の理論は，ふつう選択肢のあいだに弱順序（weak order）なる２項関係 $\succsim$ が成立することを前提する。その公理はつぎの通り：

(3)　（弱順序の公理）　任意の選択肢を x, y, z とすれば，

(i)　反射律　$x \succsim x$

(ii)　推移律　$x \succsim y$, $y \succsim z$ ならば $x \succsim z$

(iii)　連結律　$x \succsim y$ または $y \succsim x$　（両方満してもよい）

弱順序 $\succsim$ が与えられると，選好 $\succ$ ならびに無差別 $\sim$ という関係を導くことができる。つぎのように定義を与えればよいからである。

(4)　Df.（選好）　$x \succ y \iff x \succsim y$ かつ $y \not\succsim x$

(5)　Df.（無差別）　$x \sim y \iff x \succsim y$ かつ $y \succsim x$

無差別関係をみとめない場合，選好 $\succ$ は，線型順序（linear order もしくは

total order）を選択肢のあいだに与えることになる。線型順序の公理はつぎの通り：

(6)　（線型順序の公理）　任意の選択肢を x, y, z とすれば

(i)　推移律　$x \succ y$, $y \succ z$ ならば $x \succ z$

(ii)　連結律　$x \succ y$ または $y \succ x$　（片方のみ成立つ）

一方，弱順序の公理(3)のうち，(i),(ii)は成立するが(iii)の連結律がかならずしも成立しない（すなわち，比較不能の選択肢対をふくむ）場合，その順序構造をさして擬順序（quasi-order もしくは preordering）という。束（lattice）は，擬順序にもとづく順序構造の一種であって，任意の２選択肢 x，y に対して上限（least upper bound）$x \cup y$，下限（greatest lower bound）$x \cap y$ が存在するものをいう。上限 $x \cup y$ とは，x，y の上界 $\{z \mid z \succsim x$ および $z \succsim y\}$ のなかで最小のもののこと，下限 $x \cap y$ とは，x，y の下界 $\{z \mid z \precsim x$ および $z \precsim y\}$ のなかで最大のもののことである。$x \cap y = y \cap x$，$x \cap x = x$ などが成立つ。（以上の，順序構造にかかわる記述は，佐伯[1980]，Debreu[1959]，鈴村[1977]，Goodstein[1963]などによる。）

*
*　*

さて，このような準備をおえたのち，志田の「同型定理」によって，もっとも有名かつ重大な社会的決定論の帰結であるところの，Arrowの一般可能性定理（the General Possibility Theorem）を解釈してみよう。この定理は，各個人が選択肢に対して与える弱順序づけにもとづいて，社会的な弱順序づけを構成しようとする場合の一般的な可能性に関して，つぎのような事実を主張するものである：

Th.（Arrowの一般可能性定理）

(7)　２人以上の個人が，３つ以上の選択肢に関して社会的決定を行なう場合，以下の公準Ⅰ～Ⅳを同時に満足させるような決定

手続きは存在しない。

公準Ⅰ（個人選好の無制約性）：各個人は任意の選択肢に対してどのような選好順序を表明しようとさしつかえない。

公準Ⅱ（パレート最適性）：各個人がひとりのこらず「xＰy」と表明したときには，社会的決定もそれに従う。

公準Ⅲ（無関係対象からの独立性）：任意の2選択肢の間の順序を社会的に決定する場合，各個人の当該選択肢に関する選好だけが関係し，他の選択肢との間の選好のあり方はまったく関係しない。

公準Ⅳ（非独裁性）：ただ１人の個人の選好順序が他の諸個人の選好のいかんにかかわらず，つねに社会的順序として採用されることがあってはならない。

この定理の証明は，たいへんこみいっていてややこしいことで定評があるが，佐伯［1980：72−79］の証明法は，「高校生にもわかる」と銘うってある通り，抜群に解りやすいので，それをひもとかれることをおすすめする。ただ証明の概略だけをのべるなら，公準のⅠ，Ⅱ，Ⅲを満足するような社会的決定の手続きを考えると，できあがる社会的選択の選好順序は，どうしても誰かある１人の個人の選好順序と一致してしまうほかはない，つまり，必ず「独裁者」が出現することになり，公準Ⅳが満足されなくなってしまう。公準Ⅰ〜Ⅳは，矛盾しているのであって，どんな社会的決定の手続きもそれを残らず満足させることはできないのである。

同型定理の精神にのっとって，公準ⅠからⅣまでを，SFTの術語に翻訳してみよう。まず公準Ⅰは，ある要件が選択肢である各社会状態をどのように弱順序づけることもあってよいことを，主張するものと読める。公準Ⅱは，すべての機能要件が一致して「xＰy」なる判定を下した場合，社会の機能的な決定もまたそれに従うことを，のべている。さらに公準Ⅲは，ふたつの社会状態のあいだの選択を行なう場合，他のありうべき社会状態を考慮する必要がないことを，言っているのだろう。これらは，機能的な評価のあり方として，十分に納得できるものであり，とくにこれらの成立を否定するだけの理由は，すぐに

は見当たらない。ところが，以上をすべてみとめると，この定理は自動的に，公準Ⅳの否定を導いてしまう。このことの含意は，いくつかの要件のうちのひとつが独裁的であって，100％機能的な決定に反映してしまうこと，すなわち，見かけ上A・G・I・Lなどいくつもの機能要件をたててみたところで，結局はただひとつの機能要件しか樹てない単要件論と同じことになってしまうこと，である。

これは，在来のSFAの常識からすると，驚くべき結論である。多くの論者はせいぜい，A・G・I・Lの経験的な対応物を発見しようとか，A・G・I・Lの再解釈を試みようとか，もうひとつ機能要件を追加しようとか減らそうとか，そういった低劣な論議に終始していたのだから。それどころかそもそも複機能要件論は，無条件には不可能である。どうしても機能要件を複数たてておきたいのなら，（公準Ⅱ，Ⅲはあまりにも当然すぎる要請であるからそのままおくとして）公準Ⅰあたりを否定しなければならない。しかし，選好をア・プリオリに制約する原理を，SFTはいったいどこから見つけだしてくるのだろうか？（それは，機能的な思考をはみ出す作業になるだろう，と言える。）

同型定理による以上の読みかえを，整理してみよう。

Th.（Arrow−志田の，単要件定理）

(8) 要件空間の順序構造 $\mathcal{O}$ が弱順序であり，各機能要件ならびに社会の機能的決定の与える弱順序が，Arrowの公準Ⅰ〜Ⅲを満たすなら，その複機能要件モデルは，単要件論として論じうる。

この定理は，およそすべてのSFTは，たかだか機能要件をひとつしか仮設してはならない，とのべているように，読まなければならない。

*

*　*

志田［1979］は，上の帰結にもとづいて，SFTをばその方向で（すなわちどんな社会システムにも単一の機能要件しか設定してはならないと考える方向で

）議論をすすめようとしていた。彼の現在の考えは当時ともまた変っていて，単要件論の方向にさえ悲観的であるようだが，その理由には，ふたつある。第1には，単一の要件のみを想定するSFTにしても，いわゆる構造変動仮説（SCH）にのがれがたい難点を有する，ということであるが，この点に本稿ではふれないことをすでにのべた。第2の理由は，SFTが一般性のある社会理論であることを目指すならば，単要件論であることは不自然であり，どうしても複数の機能要件を樹てざるをえない，という事情に関係する。この点は，すぐあとで，「還元定理」としてのべる。

SFTを単要件定理の適用からのがれさせる余地は，Arrowの公準をゆるめるのでなくても，まだ残っていないわけではない。機能要件の与える順序構造がそれである。われわれの定式化したSFTにおいては，機能要件は，選択肢の集合である社会状態空間のなかに，たかだか擬順序をもちこむことをするにすぎない。擬順序はすでにのべたように，弱順序よりも一層ルーズな順序であるから，そのもとではArrowの一般可能性定理も，また単要件定理も，成立つとは限らないはずである。しかし，それにもかかわらず，われわれはある工夫のもとに，擬順序のもとでも単要件定理と同等の結論が導けることを，示しうる。この点については，本稿の後半でくわしくのべるが，その論述が正しいとすると，志田の同型定理によって，Arrowの一般可能性定理がSFTに適用されることをさけることはできず，SFTは単一の機能要件しかもたない構造＝機能モデルへと追いこまれてしまうしかないことになる。

それでは，SFTをことごとく単要件論によって書きなおすということは，出来ない相談だろうか？　この方向は，一見きわめて有望にみえる。全体社会には全体社会の機能要件があり，病院には病院の，個人A氏にはA氏の，B氏にはB氏の，……機能要件が，それぞれひとつずつそなわっている，というわけである。単一の機能要件をたてる議論は，ただひとつのシステムを考察の対象とする限りでは，なるほど大変に見通しのよいモデルである。制御理論とまさにそっくりな構成をもつと言ってよい。しかしこの議論の難点は，まさに単一の機能的システムをしか認めないゆえに，機能的なシステムの並存や，包含関係など，総じて複システム問題を，機能的な論理によって扱うことができなくなっている，というところにあらわれている。（これはちょうど，冷蔵庫のな

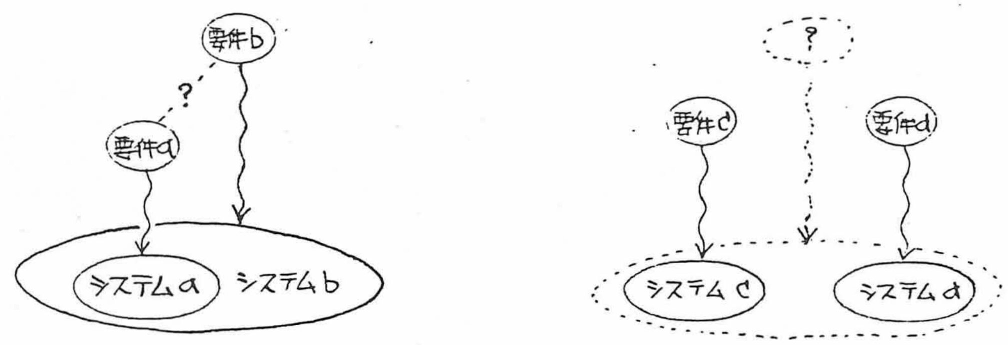
かに電気ゴタツを入れるといった具合に制御を重複させたとき，結局どのような状態が実現するのか，単独の場合の制御論では解明しきれないのと似ていると言えるかもしれぬ。）

SFTが機能主義的な理論であるなら，全体社会も，またそのなかに含まれる集団や個人も，ともに機能的な論理によってとらえきろうとするだろう。従って，SFTは，ひとつのシステムにただ1つの機能要件だけを仮設するという単要件論に自己限定したとしても，かならず，機能的なシステムの内部にもうひとつの機能的なシステムが入りこんでいる，という場合を処理しないわけにはいかないのである。ところで，つぎにのべる定理は，こうした複システム的な状況こそ実に，複数の機能要件をそなえた構造＝機能モデルと同等であるということを，主張するものである。もしそうであるとすれば，SFTをいくら単要件論に限定させようとしても，無駄なことで，結局複要件論に舞いもどってしまうということになるだろう。

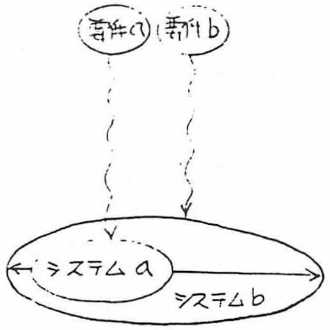
Th.　（志田－恒松－橋爪の還元定理）

(9)　複システム問題は，複要件問題に帰着させることができる。

複システムとここでのべられている，機能的な社会システムの複合関係には，基本的にみて，ふた通りの場合があると思われる。そのひとつは，下図左のような，ある機能的なシステムが機能的な部分システムを含む場合であり，もうひとつは，相互に外在しあう複数の機能的システムがたがいにある関連のもとに置かれている場合である。こうした複合的なシステムでは，制御が重複もし

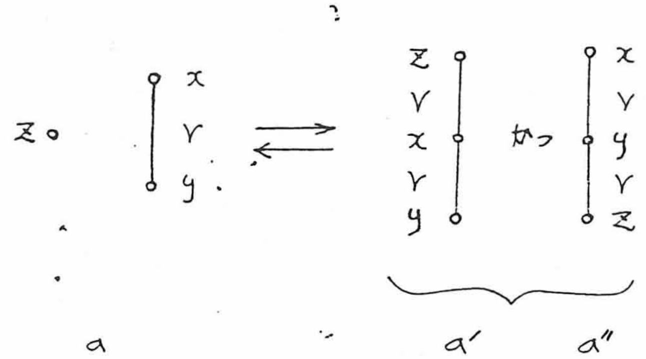


くは制約されているため，最終的にどのような社会状態が実現されると考えればよいのかが，不明のままにのこされている。



われわれのはじめの目算は，たとえば右のようにして，部分システムの機能評価の定義域を，名目的にシステム全体に拡げてやればよいではないか，というものであった。すると，このシステムは，ちょうど2つの機能要件をもつもののようにみえる。どのような複システムに対してもつねにこうした手続きが可能であることが言えれば，上の還元定理は成立する。それを例示してみよう。

いま，問題になっている社会状態、すなわち選択肢の集合が，有限であるとする。そのもっとも単純な場合は，システムaが2つの選択肢，システムbがそれらを含む3つの選択肢をもつ場合であろう。それら選択肢を順に x, y, z と書く。ついで，要件aは，$x \succ y$ の如き順序づけ，要件bは $y \succ z \succ x$ の如き順序づけを、システムに与えるものだと仮定しよう。要件aは，選択肢zについては，無関心である。ここで，要件aの与える順序づけを，どのようにシステムbにおけるものとして，定義しなおせばよいだろうか？



要件aがシステムbに与える順序構造は，左のようなものであって，選択肢zはxともyとも比較できない。しかし，システムbの要件は，要件bがそうであるように，システムの含むすべての選択肢を順序づけるものであることが期待される。そこで，要件aの与える順序構造（擬順序）を，Arrowの公準II（パレート最適性）を念頭において，仮説的に，ふたつの順序づけ a′, a″ に分解することを考えよう。a′, a″ はシステムbの要件であるが，両者を，全員一致の原則のもとで合成すると，順序構造aをうる。このような対応をつねにみつけることができるので，要件a′, a″を，要件aのパレート分解といい，ぎゃくに要件aを要件a′, a″のパレート合成ということにする。

この結果は，選択肢の数に依存しない。（ただし選択肢は有限個とする。）また，14頁の図でシステムc，システムdとして示されるような，機能的システムの並存する場合にも，ほぼ同様に適用することができる。（システムc，システムdを併せたものを全体のシステムと見立て，要件c，dをそれぞれそのシステムへむかってパレート分解すればよい。）そこで，いま例示した方法を一般化して，つぎの補題をうる。

Lemma（部分システムの要件のパレート分解）

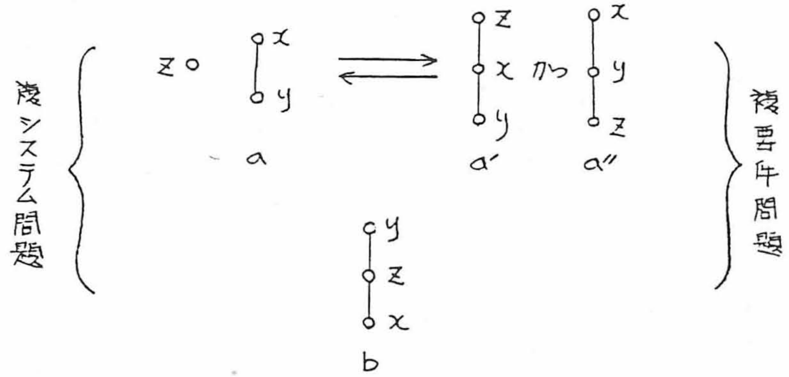
(10)　任意の機能的な部分システムの1個の機能要件は，全体システムにおける2個の機能要件に，パレート分解できる。

（証明）部分システムの含む選択肢を $X_m=\{x_1, x_2, \cdots, x_m\}$，全体システムの含む選択肢を $X_n=\{x_1, x_2, \cdots, x_m, x_{m+1}, \cdots, x_n\}$ とする。部分システムの要件が X_m に与える順序づけが，$x_1 \succ x_2 \succ \cdots \succ x_m$ であったとする。これら選択肢は，この要件のもとで，$x_{m+1}, \cdots, x_n$ のいずれとも無関係である。いま，全体システムの選択肢 X_n におけるふたつの順序づけ，$x_1 \succ x_2 \succ \cdots \succ x_m \succ x_{m+1} \succ \cdots \succ x_n$ および $x_n \succ x_{n-1} \succ \cdots \succ x_{m+1} \succ x_1 \succ x_2 \succ \cdots \succ x_m$ を考えると，このふたつに対応する要件が求めるものである。∎

上述の補題によるパレート分解の仕方は，1義的には定まらない（幾通りもありうる。）また，3つ以上の要件にパレート分解することも，可能である。

さきの還元定理は，複システムにおける機能的な決定の論理を，複数の要件をもつひとつのシステムにおける機能的な決定の論理へと，帰着させることを主張するものであった。それが，上の補題によって，実際にどのような課題に書き直されたのか，ふたたびもとの例示にもどって，考えなおしてみよう。さきの要件aが，a′, a″にパレート分解されたと考えるとき，複システム問題は，要件a′, a″, bをめぐる複要件問題に還元されている。もしも，複システム問題に解決があり，それがArrowの公準II, IIIをみたすものであるとするならば，この複要件問題にも解決がなければならないだろう。また逆に，複システム問

題に解決があり，それが部分システム，全体システムに関して同様の公準を満足するなら，複システム問題にも解決があってしかるべきである。



要件aのパレート分解は1通りではない，とのべた。たとえば，上では，aをa′，a″に分解したが，x＞z＞yに対応する要件を考えa‴とよべば，aをa′，a″，a‴にパレート分解してもよいわけである。このような変更が無害であるか否かは，複要件に対していかなる合成（機能的な決定）の手続きを考えるかに依存している。この合成手続きが具体的に特定されれば，それに応じて，パレート分解の仕方についても何かもっと制約をつけることができるようになるだろう。そのような議論によって，還元定理はその完全な内実をうる。

4. 許容域と，その存在条件

「許容」概念によってSFAを再構成しようという試みは，吉田民人によって最もはやく提唱された。この概念はその後，小室直樹をはじめさまざまの論者によって再解釈を施されており，本稿もそれにつづくもののひとつであるが，学説史的にみるとき，「許容」概念登場の背景にはそれ相応の必然がひかえていた，と言うべきだろう。

Parsonsが提唱したSFAにおいては，社会システムは〈均衡 equilibrium〉を実現するものとされた。しかし，この〈均衡〉の内実は，分析的にみてははなはだ曖昧模糊としたものであった。それは，相互連関モデルにおける，同時的な決定の「条件」を示すようにも思われるものであったし，また別の角度から

みると，システムが機能的（eufunctional）であることを含意するようにも，構造が安定（stable）であることを含意するようにも，うけとれたからである。多分Parsons自身これらをあまり区別する必要を感じないまま，文脈に応じてこの〈均衡〉という述語を使いわけていたのではなかろうか。機能主義もしくはSFAに反対する論者らが批判し，ときに保守反動派のレッテルを貼りまわることになったのも，ひとつにはこの概念のゆえであったし，Parsons以降のSFAの論客らが苦心して再構成をはかったのも，〈均衡〉概念とその周辺なのであった。

吉田の「許容」概念は，Parsonsの〈均衡〉概念のある側面を抽出したものともみられる。われわれは，同じ許容の名のもとに，いっそう分析的に特定された内容をさすことにしたい。われわれの理解によれば，かく定義された許容概念は，SFTにおいて核心的な位置を占めるのである。なぜそう考えられるかを，以下にのべよう。

そもそもある社会理論が，機能という概念をもちだす以上は，社会システムが機能的である場合にはどういうことがおこり，機能的でない場合にはどういうことがおこるのか，きちんと特定して主張する必要がある。機能的であってもなくても，社会システムの挙動にいささかも相異がないというのなら，機能という概念を樹てることのご利益はさっぱり無いわけであって，機能主義は廃業にしたほうがいいだろう。そこで，機能的である／ないを境にして，言えたり言えなかったりする命題があると考え，これを機能論的命題と名づけよう。機能論的命題を含むことが，ある理論が機能主義的であるための必要条件である。SFTはこれを，構造維持／変動仮説の形で含んでいる。

機能主義的な社会理論は一般に，ある機能論的な命題を含んでいる。観察（実現）されるはずの社会状態のうち，機能論的な命題が妥当するような場合をあつめ，社会状態空間のなかの部分集合を作ることができるはずである。これが許容域にほかならない。SFTにおける許容域は，構造維持領域である。許容域を明確に示すこともできないような機能理論は，すこしも分析的でなく；はじめから理論の名に値しない。

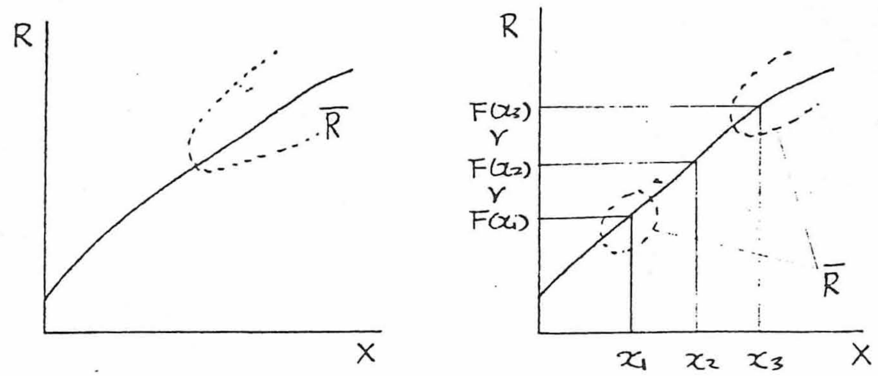
許容概念が，SFT，SFAをはじめあらゆる機能主義理論にとって本質的であるとのべた理由は，以上の通りである。

* * *

SFT が許容域を定めなければならないことは，いまのべた通りであるが，それでは，許容域はどのようにえらんでもよいのであろうか？　そこに何か満さなければならない条件ないし制約のようなものは，ないのであろうか？　このような議論は，SFA の内部でもたえて論じられてこなかった。これはまことに不思議なことと言わなければならない。

許容域の画定の仕方に課せられる条件として考えなければならないのは，順序構造との整合性であると思われる。機能評価がある順序づけを与えているのに，許容域がそれとはまったく無関係に，それと矛盾するように定められるのだとすれば，それは理論家の不手際であり，たぶん機能評価のやり方を見直して別な順序づけを工夫した方がよいだろう。どういうことを言おうとしているか理解されないといけないので，いくつか例示を試みよう。

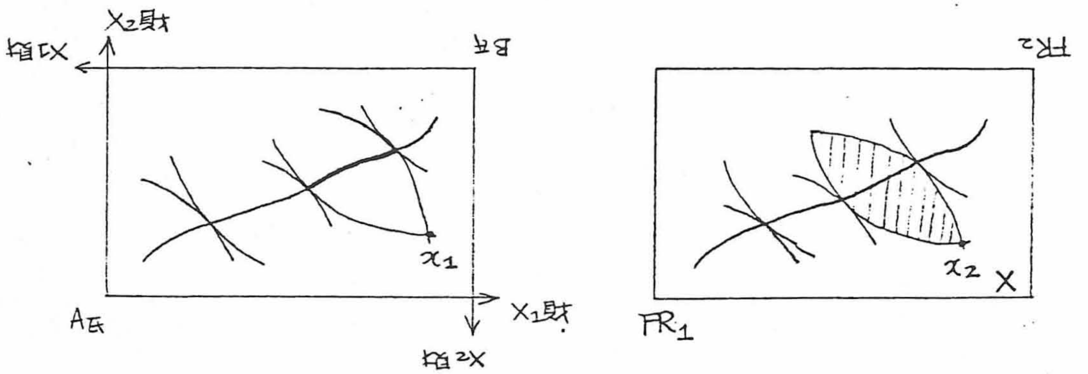
まず1要件の場合，システムの機能充足の度合は，横軸（すなわち，可能なすべてのシステムの状態の配列）を適当にとれば，右上りの，効用関数のような形で図示することができる。たて軸は，要件充足の度合を示す。（順序だけが本質的であるから，目盛りは適当にとれるものとする。）さてふつう，許容域は，下図左のように示され，決して下図右のようには示されない。（許容域は，本来，たて軸で示される要件空間（R）の部分集合のはずであるが，機能評価関数によって社会状態空間（X）と結びついているので，混乱のおきない限り，社会状態空間のうち許容域に対応する部分集合をいみするようにも用いたり，



前頁の図のようにあとでどちらと区別することなく用いたりすることにする。）図右のように示されない理由はなにかというと，たとえば3つの選択肢 x_1，x_2，x_3 があるとすると，その機能評価（順序づけ）は，$F(x_1)<F(x_2)<F(x_3)$ であるのに，かえって $F(x_2)$ のかわりに $F(x_1)$ が許容されるという逆転が生じており，これはもはやいま考えているたった1つの要件の与える順序によっては説明できないことだから，である。このような場合をさけなければならないというのが，1要件の場合の許容域の存在条件にあたる。

つぎに，2要件の場合を考えよう。機能要件を2つ持する社会システムの許容域は，どのような制約のもとにあると考えればよいか？　それを図示するのは，そう容易でない。しかしわれわれは，志田の「同型定理」を思いおこそう（p.7）。同型定理によれば，2要件の機能システムは，2主体の決定モデルと論理的に同型であるという。従って，われわれは，経済学の初等テキストでなじみ深いあの Box Diagramm を用いることができる。

Edgeworth の Box Diagramm として有名なこの図表（下図左）は，2人の経済主体が2種の手持ち財を合意にもとづいて交換し，いっそう満足すべき状態を実現する経緯を示すものである。2人の主体をA氏，B氏とすれば，両名の効



用無差別なる曲線（これは，各自の原点に向けて凸である）の接点を結び，契約曲線が図のように描かれる。契約曲線上の社会状態（財の分配）は，それ以外の場合にくらべ，優位にある，というのは，A，B両氏の手持ちが図中 x_1 であらわせる位置にあるとすると，A氏の X_1 財とB氏の X_2 財との若干づつを交換することによって，双方にとって有利な（あるいは厳密には，一方にとって不利でなくもう一方にははっきり有利な）状態（図中，契約曲線上の太線で示

される部分）を実現することができるから．である。このような社会状態の改善を，パレート改善といい．パレート改善がもはや可能でない状態をパレート最適という。契約曲線とは，パレート最適な社会状態の集合である。

前頁右の図は．同型定理にもとづいて．A_a．B_aを、２つの機能要件FR_1，FR_2によって置きかえたものである。各要件が順序づける社会状態は．２財の分配状態ではなくて，実現されるはずのあらゆる社会状態（選択肢）の集合Xである。２つの要件は，選択肢を別々に順序づけているのだが，それら選択肢を適当にならべることによって，Box Diagrammと同型の図表をうることができるだろう。いま．ある選択肢．x_2をとりあげてみる。FR_1．FR_2どちらの選択肢からみても，このx_2よりも望ましいとされる選択肢が存在するならば，x_2はパレート改善可能である。図中レンズ状の斜線部は．x_2からパレート改善可能な選択肢の集合をあらわす。パレート改善不可能な．すなわちパレート最適な社会状態をあつめて．ちょうど契約曲線に相当する，パレート最適曲線（一般には．パレート最適超曲面）をうる。

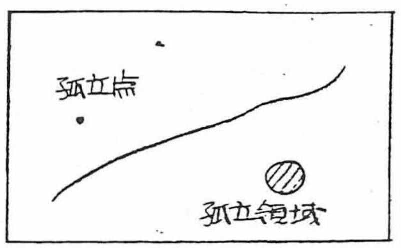
このような準備のもとに．われわれはつぎのように言うことができるだろう——許容であるような社会状態からみて，パレート改善可能な位置にある社会状態が，非許容であってはならない。もし、前頁の図でx_2が許容であったなら，図中の斜線部はすべて許容でなければならないのである。これは，許容域のとり方に関して要請すべき，きわめて納得できる条件だと思う。

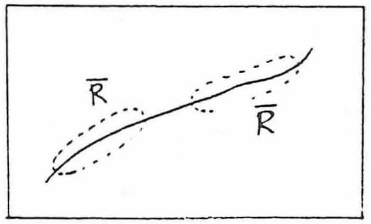
以上の形式的条件を認めるとすると，２要件のシステムにおいてみとめることのできる許容域のタイプは，次の通りであろうと思われる：

(i) パレート最適超曲面の，全部または一部。

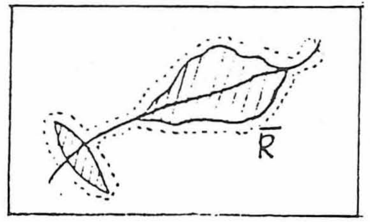
(ii) そこからのどんなパレート改善径路によっても(i)に達してしまうような選択肢を，適当に(i)に追加したもの。

(i)．(ii)が排除しているのは．パレート最適超曲面と然るべく連結でないような部分が許容域となるケースである（右図参照）。これに対して．許容域であってもかまわないような２．３のケースを，次頁に図示してみた。





(i)



(ii)

さて，ここまでのべたような論理は，要件の数を２からnにふやしたからと言って，基本的に変わるものではない。そこでわれわれは，許容域が存在する場合に満たすべき形式的な条件として，一般に．つぎのような条件を提案しておこう：

Cd.　（許容域の存在条件）

(II)　許容域の任意の要素からみてパレート改善の可能な位置に，非許容な社会状態があってはならない。

*

*　*

さて，ここまでの議論では暗黙のうちに．各要件が選択肢である社会状態の全体に，弱順序を与えるものだと考えてきた。* しかしわれわれは一般に，↙

*社会状態空間（X）に弱順序が与えられれば，そこから線型順序をつくりだすのはいとも容易である。まず，無差別関係 〜 に従って，Xの商空間 X/〜 をとれば，そこでは同程度に選好される社会状態が同一視されて．単一の要素とみなされている。それら要素は、選好 ≻ によって，線型にならべることができる。社会状態空間 X が弱順序をもっているときには．その要件空間 R は，ちょうど X/〜 と１対１に対応するので．線型順序をもっているのである。

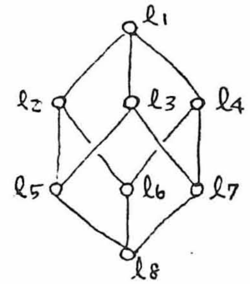
↙ SFT はもっとルーズな順序構造．たとえば束のような構造を扱うほうがよい，と考えている。社会状態のなかには．みたところ互いに比較できない対が

ありそうだが，そういう場合をも処理するには，束のような擬順序のほうが適当だからである。

束によって機能的な決定の論理が表現できると言うからには，束に対してその許容域を指定する方式を考えなければならない。そこで，束からつぎのように要素をえらびだすことを考えよう。束Lの任意の要素を l_r とするとき，

(12)　$L(l_r) = \{ l \mid l \succsim l_r \}$

を，l_r を根とするL内の部分束といおう。ただし，$L(l_r)$ の各要素のあいだには，Lにおけると同じ擬順序が保たれていると考える。例示を試みるなら，左の束で，l_7 を根と定めるとき，$L(l_7) = \{l_1, l_3, l_4, l_7\}$ であって，それ自身ふたたび束（部分束）である。また，$L(l_8) = L$ である。



(12)のようにして定めた任意のふたつの部分束の共通部分は，順序構造としてみれば，ふたたびL内の，l_i を上限とする部分束である。（たとえば，$L(l_7) \cap L(l_5) = L(l_3)$ である。）　この事実を考慮するとき，われわれは，任意の（有限）束における許容域の定め方を，つぎのように言っておいても，よいであろう：

Cd.　（束における許容域の，存在条件）

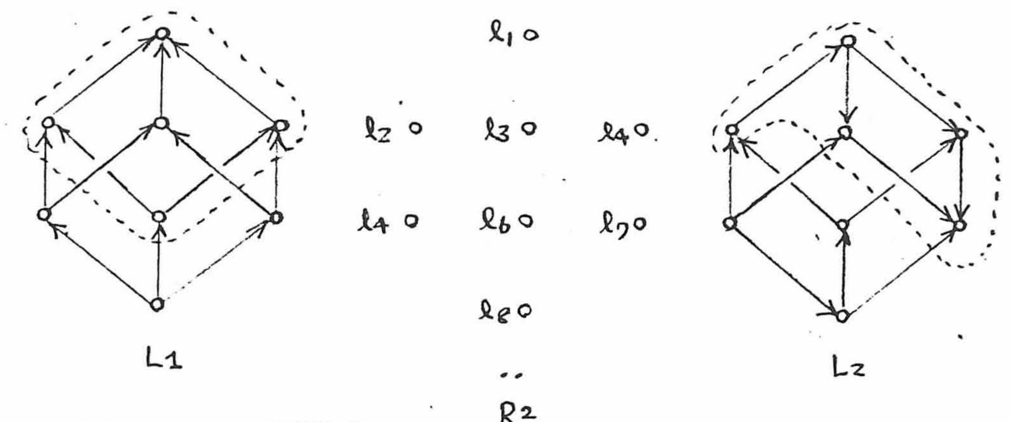
(13)　束における許容域は，適当な要素を根とする部分束，もしくはそれらの合併でなければならない。

たとえば，適当な要素 l_7, l_2 を根とする部分束の合併，$L(l_7) \cup L(l_2) = \{l_1, l_2, l_3, l_4, l_7\}$ は，上図に示した束の許容域であってよいのである。この条件のもとでは，ある選択肢（たとえば l_5）が許容されているときにそれよりも選好されているはずの選択肢（たとえば l_2）が許容されない，という理不尽な事態が排除されている。このいみで，条件(13)は，束の含む擬順序構造と許容域との整合性を保証するものである。

ひとつの束がひとつの要件の与える順序構造に対応するものであると考えることができるとすると，いまのべた条件(13)は，さきに例示した1要件の場合の（弱順序構造のもとでの）許容域の存在条件（p.19の図）に相当するものであることになる。ある定まった有限個の選択肢の集合のうえに，n個の束があって，選択肢のあいだにn通りの異なった擬順序づけを与えているとき，これらの束は，こんどはn要件空間の順序構造をあらわすものだと考えることができるだろう。このような空間を，R^n と表記すれば，R^n にどのような許容域を与えることができるか，R^n における許容域の存在条件はなにか，ということを，つぎに問題としなければならない。

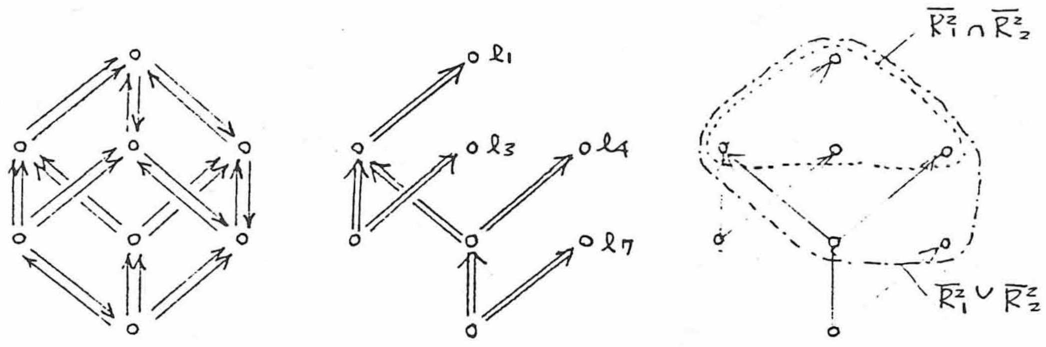
R^n の含むn個の束を，$L_1, L_2, \cdots, L_n$ としよう。R^n に，かりに束が L_i ただひとつしかなかったとすれば，この空間は1要件空間である。従って，条件(13)により，この空間に与えうる許容域を，あるタイプのものに制限することができるだろう。このように，束 L_i が単独で R^n に課すことのできる存在条件をみたすような部分束（もしくはそれらの合併）を，適当にえらんで $\overline{R^n_i}$ と書くことにする。われわれの欲する条件とは，R^n の許容域 $\overline{R^n}$ が，束 $L_1, L_2, \cdots, L_n$ の与える順序構造と整合であるための条件が，この条件は，束 $L_1, L_2, \cdots, L_n$ が任意に与える $\overline{R^n_1}, \overline{R^n_2}, \cdots, \overline{R^n_n}$ から $\overline{R^n}$ をつくりだす手続きを然るべく特定してやることによって，満足させるようにしなければならない。（$\overline{R^n_i}$ とは，R^n において束 L_i の順序構造と整合であるように与えられる部分集合——真正の許容域 $\overline{R^n}$ との対比において，準許容域——をいみする。）

例示してみよう：



$L_1(l_6) \cup L_1(l_3) \in \{\overline{R^2_1}\}$　　$L_2(l_2) \in \{\overline{R^2_2}\}$

左の2つは、束L_1, L_2の与える順序構造を図示してあり、点線によって囲まれた部分は、おのおのの束のもとで可能な許容域（$\overline{R^2_1}$, $\overline{R^2_2}$）の例である。l_1〜l_8は、各選択肢をあらわす。いま、これら束の与える順序を重ねてみると、下図左のようになるであろう。ここから両者が一致しているところだけをとり



Θ　　Θのパレート合成（$\overline{\Theta}$）　　R^2

だすと、中央のようになる。太い矢印（⟹）はパレート改善可能な向きを示しており、その行きどまりである選択肢の集合$\{l_1, l_3, l_4, l_7\}$は、20頁の図に示したような「契約曲線」(＝パレート最適超曲面)に相当している。

そこでさきに考えてみたふたつの前許容域、$L_1(l_6) \cup L_1(l_3)$ 並びに $L_2(l_2)$ から、R^2 の許容域 $\overline{R^2}$ を作りだすことを考えてみよう。いま、共通部分をとる($\cap$)、合併をとる($\cup$)、というふたつの操作を考えると、これらによってつくりだされたR^2の部分集合は、束L_1, L_2からパレート合成によってえられる順序構造（図中央）と矛盾しないことがわかる（図右）。すなわち、$\cup$, $\cap$なる操作によって、(13)における存在条件を満足するような前許容域から作られる領域は、さきの条件(11)を満足する。これは、このような領域をつくりだす操作が、前許容域から許容域をつくりだす操作として適格であることを、示していると思われる。

ここまでの結果を、さらにR^nの場合にも一般化するならば、われわれはつぎの主張をうる。

<u>Th.</u>　<u>（前許容域からの、許容域の合成）</u>

(14)　条件(13)をみたす有限個の前許容域から、集合算によって任意に生成される領域は、複要件空間における許容域の存在条件、(11)を満足する。

集合算とは、共通部分をとる($\cap$)、合併をとる($\cup$)、というふたつの操作の任意の組みあわせである。さらに、空な領域($\emptyset$)も条件(11)を満足するものとする。

（証明）　数学的帰納法による。<u>$n=1$のときには</u>、成立する。（条件(13)は、条件(11)を含意する。）つぎに、<u>$n=k$のときに</u>成立したとしよう。$L_1, L_2, \cdots, L_n$のもとで条件(13)を満足する任意の前許容域 $\overline{R^k_1}$, $\overline{R^k_2}$, …, $\overline{R^k_k}$ から集合算によって生成される任意の領域は、条件(11)をみたす。そこで、そのような領域（R^kにおける許容域）のひとつをとって、$\overline{R^k}$とする。この$\overline{R^k}$のえらびだした選択肢は、$L_1, L_2, \cdots, L_k$の与える各半順序のパレート合成$\overline{\Theta_k}$と、矛盾しない（整合である）。いま、この空間に与えられた$k+1$番目の束L_{k+1}と、そのもとで条件(13)をみたす任意の前許容域$\overline{R^{k+1}_{k+1}}$を考えよう。（$\overline{R^{k+1}_{k+1}}$は、$k+1$要件空間の、$k+1$番目の要件の（前）許容域であることを示す。また、$\overline{R^k_1}=\overline{R^{k+1}_1}$, $\overline{R^k_2}=\overline{R^{k+1}_2}$, …, $\overline{R^k_k}=\overline{R^{k+1}_k}$ である。）$\overline{R^{k+1}_{k+1}}$からx、$R^{k+1} \setminus \overline{R^{k+1}_{k+1}}$からyをそれぞれ任意にえらぶと、$x \leqq_{k+1} y$ ではない（条件(13)より）。選択肢x, yに対してL_{k+1}が与える順序が、$\overline{\Theta_k}$と矛盾する（整合しない）とすれば、それは $x >_{k+1} y$ でありかつ、$x <_i y$ $(i=1,\cdots,k)$ の場合に限る。それゆえ、R^{k+1}におけるパレート合成$\overline{\Theta_{k+1}}$をつくれば、そこではxとyとは、順序づけられない。よって、$\overline{R^{k+1}_{k+1}}$は、$\overline{\Theta_{k+1}}$と矛盾しない。従って、$\overline{R^k} \cup \overline{R^{k+1}_{k+1}}$も、$\overline{R^k} \cap \overline{R^{k+1}_{k+1}}$も、$\overline{\Theta_{k+1}}$と矛盾しない。これは、$n=k+1$のときにも、命題が成立していることを示す（$\cup$, $\cap$の交換性等）。

以上により、全ての自然数nについて、命題が成立する。■

5.　複要件論の骨格

SFAは、その当初からして、複数の機能要件を仮設して社会システムの挙動を説明しようとする議論として出発している。しかしその後、要件の複数性について、理論家の注意が向けられていたとは言いがたい。いったい、機能要件が複数個存在するとは、どういういみか？　かりにいくつかの要件が存在す

る（ようにみえる）として、それらが同一のものでないとか、互いに独立であるとか言いうる根拠はなにか？　あるシステムと別なシステムとが同じ要件をもっていると同定（identify）できる根拠はなにか？　こうした点を、SFAの理論家はこれまで十分に論じてこなかった。*

* たしかに小室直樹は数少ない例外のひとりである。小室によれば Marx は、AGILに匹敵するようないく種類かの機能的要請が社会に存在することは認めたけれども、とどのつまりはすべての要件の充足がA要件（経済）の充足に依存していると考えた、といういみで、優越要件論者なのであるという。一方12頁にのべた「単要件定理」によれば、Marx ならずともあらゆる SFT が、みかけのいかんにかかわらず単要件論とひとしい議論をすることになるのであった。

いかなる（機能的な）社会システムに対しても、要件をただ1つだけたてるべし、という規制を理論家が自らに課すならば、（消極的な仕方でではあるものの）いちおう要件の複数性にまつわる問題をさけて通ることができそうにみえる。しかし、すでにのべた還元定理によれば、機能的なシステムが複数個存在する、という状況と、複要件システムが存在するという状況とは、まったく同値なのであった。それゆえ、途はふたつにひとつである。そうした場合、たとえば複数の主体を含むシステムを分析する場合でも、要件をひとつしかたてないという解釈をとる（これは、Hegel流の総合理論に通ずる）か、あるいは（少くともひとたびは）複要件システムを承認し、それを解明するための論理を用意しはじめるか。

「n個の要件が存在する」という、これまではなはだあやふやであった内容の言明を、明晰な内容をもった命題に直すことを試みよう。ここで手掛りとなるのが、ふたたび順序構造である。

目下のわれわれの見解によれば、要件の複数性に関しては、その前提のちがいから2つの異なったタイプの議論が可能である、と思われる。（他にもまだあるかもしれない。）第1のタイプは、すでにそれとはっきりことわらないまま前節、前々節でも用いてきたものである。改めてのべなおすならば、つぎのようになるだろう：

SFT が解明の対象とすべき有限個の社会状態の集合（X）に対して、

① 天下り式に、n個の要件が与えられ、その存在が前提される。

② 各要件は、Xにおける互いに異なった順序構造 $\vartheta_1, \vartheta_2, \cdots, \vartheta_n$ である。

（われわれの想定によると、これらの順序構造 $\vartheta_1, \vartheta_2, \cdots, \vartheta_n$ はおのおの、Xにおける弱順序であるか、または擬順序の一種たる束であるか、いずれかであってよい。——ということは、これまでの検討で何とかカヴァーできるのがそこまでだ、ということにすぎないけれども。）

③ $\vartheta_1, \vartheta_2, \cdots, \vartheta_n$ から、最終的な順序構造 ϑ が算出される。

（ϑも、弱順序または束である。③の手続きが、機能的な決定の論理に相当する。）

④ $\vartheta_1, \vartheta_2, \cdots, \vartheta_n$ の上に定まっている前許容域 $\bar{R}^n_1, \bar{R}^n_2, \cdots, \bar{R}^n_n$ から許容域 $\bar{R}^n$ が算出される。あるいは、

④′ ϑ から直接、許容域 $\bar{R}^n$ が算出される。

このうち、①−②−③−④；①−②−③−④′；①−②−④ の組合わせが、第1のタイプの SFT であるといえる。

このタイプの SFT の理論的な性能は、③と④（もしくは④′）でえられる ϑ、$\bar{R}^n$ によってもたらされる。それゆえ、それらを与えられた前提からつくりだす手続きが、もっとも重要ないみをもつ。

これに対して、第2のタイプの SFT は、別の前提から出発する：

SFT が解明の対象とすべき有限個の社会状態の集合（X）に対して、

① 天下り式に、1個の有向グラフ（選好関係の集合）ϑが与えられ、前提とされる。

（弱順序も、束も、有向グラフで表現される。しかし有向グラフは、束ではないもっと一般の（不合理な）選好関係をあらわすこともできる。有向グラフは、かならずしも推移律をみたさず、サイクルを含みうるからである。）

② 有向グラフとともに、許容域 $\bar{R}$ も与えられ、前提とされる。

（$\bar{R}$ は有向グラフ O と矛盾しないはずである。）

③ 有向グラフ O の，順序構造 $O_1, O_2, \ldots, O_n$ への分解を発見する。

（順序構造 $O_1, O_2, \ldots, O_n$ は，弱順序または束であってよい。）

④ 許容域 $\bar{R}$ の，順序構造 $O_1, O_2, \ldots, O_n$ の上にたつ許容域 $\bar{R}'_1, \bar{R}'_2, \ldots, \bar{R}'_n$ への分解を発見する。

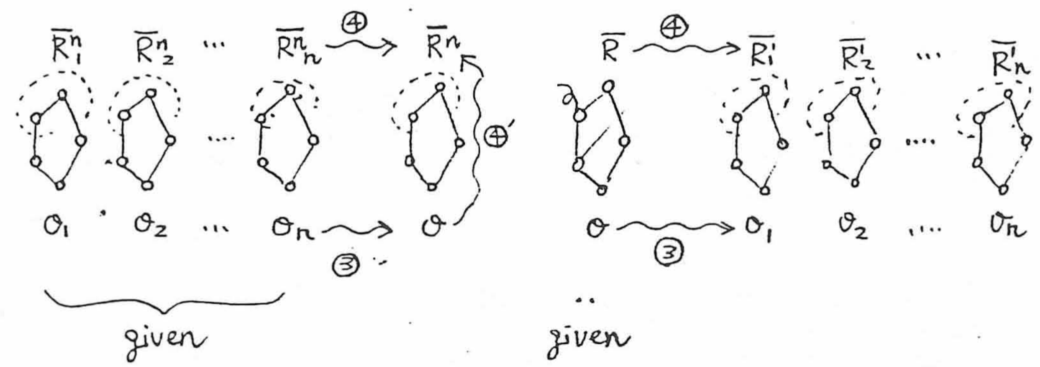
⑤ 有向グラフ O から③，④の発見手続きが実行可能なnの最小数をもって，O の要件の数と定義する。

⑥ O，$\bar{R}$ のいかなる分解も発見できないなら，O では機能的な決定が不可能であり，システムは機能的なシステムではない。

このタイプのSFTは，選択肢のあいだの選好関係（ないしそれらのあいだでのシステムの反応傾向）が，何らかの理由によって知られている場合に，有益な接近法である。このタイプのSFTは，かならずしも一貫しない（たとえばサイクルを含むような）システムの挙動を，一連の機能要件のもとに解読し，解明することを目標としている。そして，（前掲をみれば判るとおり）第1のタイプのSFTにくらべて，操作性も高い。在来のSFAが，このタイプの分析の可能性に言及してこなかったのは，不思議である。（顕示選好の理論を，十分に参考にしなかったためかもしれない。）

比較のため，以上ふたつのタイプのSFTの話のはこびを，それぞれに図解してみよう：

［タイプ1］　　　　　　　　　　［タイプ2］



第1のタイプにおいては，（たとえばAGILなど）n個の要件，ならびにその前許容域の存在は信じられているのに，システムにおける機能的な選択の論理 O，ならびに許容域 $\bar{R}^n$ の存在が明らかでない。そのための手続き③，④の

開発が急務であるが，それにはあらかじめ，O，$\bar{R}^n$ の満足すべき性質や，その相互関係を明らかにしておく必要がある。前節でこころみた，許容域の存在条件の解明は，その作業の第1歩であった。第2のタイプのSFTにおいては，話がちょうど反対である。そこでは，選好体系（らしきもの）O が与えられており，その存在がたしかであるのだが，それがどのような要件（の組合）であるのかが謎なのである。ここでの手続き③，④を実行しようとする場合にも，やはりあらかじめ，順序構造 $O_1, O_2, \ldots, O_n$ や領域 $\bar{R}'_1, \bar{R}'_2, \ldots, \bar{R}'_n$，さらには両者の関係がどのような性質をみたせばよいのかを，特定しておかねばならない。

SFTが現実の分析に有効性を発揮し，反証可能性を獲得し，ひと口で言って科学の名に値する理論体系へと生成をとげるには，タイプ1，2における③，④のような手続きを特定してかかる必要がある。こうした作業は難航も予想されるのだが，われわれはそこで大そう役に立ちそうなうまい工夫を発見した。順序構造として束と弱順序とを考えるとのべたが，このうち束を，弱順序に帰着させてしまうことができそうなのである。これに成功するなら，第1のタイプのSFTにおける O，$\bar{R}^n$ の合成はきわめて容易になり，社会的決定理論の諸結果もほぼそのままの形で利用できるようになる。

6. 分解定理

この節では，第1のタイプのSFTが直面する問題にたちむかう。そのために，分解定理についてのべよう。分解定理は，束を，それと同値な線型順序に分解しようというものである。

そのまえに，なぜわれわれは順序構造に，束を考えることにしたのか，考えなおしてみよう。弱順序以外にも束をわざわざ考えておきながら，結局その束を分解してしまうという位なら，はじめから弱順序だけを論じておけばよかったではないか?! ——このような疑問は，当然生じてくるであろう。

見田［1972］は，たとえば「経済的価値」と「愛情」の如くにそもそも比較不能であり通約不可能であるような価値のあいだでなされるしかない人間の行動

決定は、本質的に言って不条理なものとならざるをえない、という趣旨のことをのべている。たしかに、すべてのものを比較可能であるとする、連結律をはなから仮定してしまうのは、社会理論にとって早計であるかもしれない。（経済行動に際して、一義的で合理的な選択が可能になっているのは、（凸性や線型性などいくつかの前提もさることながら）任意の財のあいだの代替ということが、原則的にはいついかなる場合でも可能であるからである。これは事実上、「一種類のもの」を選択しているというに等しい。）そこでわれわれは、いくつかの選択肢が互いに比較不能である場合を許すような、束の与える順序構造から出発したのであった。このようにすれば、見田[1972]を含むこれまでの社会学とその周辺での議論をあらかた、とりこむことになるはずである。

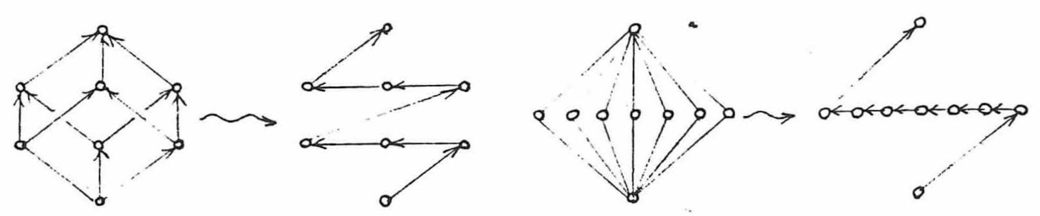
こうしてわれわれの出発点は、束であることになる。言うまでもなく、束の数学的なとりあつかいは、線型順序よりも面倒である。そこで、束と線型順序とのあいだに、何か関連がつくことが望ましい。まず、つぎの定理がある：

Th.　（Szpilrajn）*

(15)　任意の擬順序に対して、その厳密な拡張で順序の公理を満足するものが、つねに存在する。

* 鈴村[1977:132]

任意の束はすべて擬順序なのであるから、その束に対して、むろん(15)の保証するような（線型）順序が存在する。（線型順序は弱順序より強いようにみえるが、われわれの議論ではそこから困難は生じない。というのは、社会状態空間 X に弱順序が与えられるならば、無差別とされる社会状態を同一視してえられる空間（要件空間 R）には、線型順序が与えられたことになるからである。）上の定理のいみを明らかにするため、例示を試みよう：



擬順序の厳密な拡張とは、はじめその擬順序で成立していた順序対をのこらずそのまま保存しており、そのほかに、はじめ比較不能であった要素の対を順序対に含むような順序構造をいう。擬順序もまた線型順序もともに、推移律をみたすことを念頭におくと、前頁の場合がいずれも定理の妥当なる例であることをみるのはたやすい。

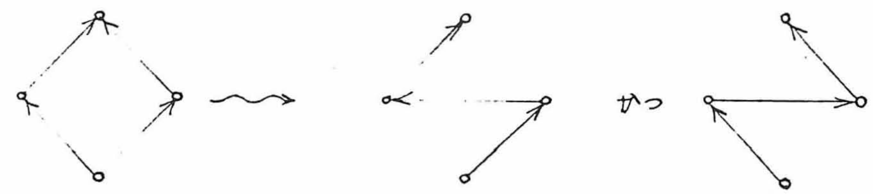
定理(15)に存在が保証されている拡張の仕方は、ふつう幾通りも存在する。しかし、あるひとつの有限束からの厳密な拡張であるような、相異なる線型順序の個数は、一定している。

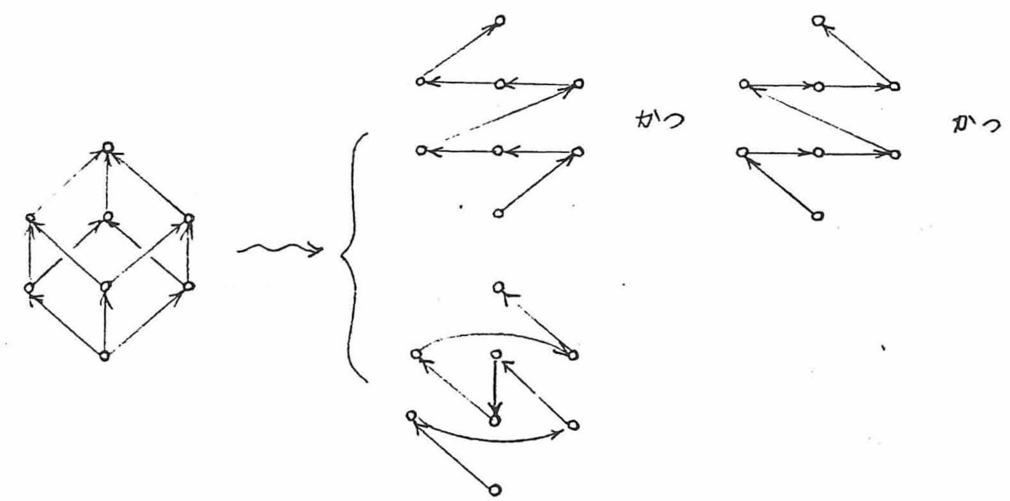
さて、分解定理とは、つぎのようである：

Th.　（志田の、分解定理）

(16)　任意の有限束は、その厳密な拡張である有限個の線型順序に、パレート分解できる。

上の命題のいわんとするところを直観的につかむための、例示を試みよう。





後者には、まだいく通りも分解の仕方があり、1義的には定まらない。

上記の分解定理を証明するには、次の補題を用いる。

> Lemma*
>
> (17)　束が比較不能な選択肢の対 (x, y) を含めば、その厳密な拡大であって、$x \succ y$ とするもの、$x \prec y$ とするものが、それぞれかならず存在する。

（証明）　束のなかで、x を根とする部分束をとる。この部分束に含まれる任意の要素は、この部分束に含まれない要素より、選好されるか比較不能である。定理(15)より、x を根とする部分束に線型順序 ℓ' をとりうる。この部分束に含まれない要素の集合は擬順序をもつから、同じく定理(15)により、その厳密な拡張である線型順序 ℓ'' が存在する。ℓ' の下に ℓ'' をつないで作った線型順序 ℓ は、束のもつ擬順序の厳密な拡張であって、しかも $x \succ y$ を含意する。$x \prec y$ についても、同様につくりうる。■

* この証明のアイデアは、志田基与師のメモ（'80-10-22）に負う。

以上の補題が成立つことが示されたので、分解定理を証明する。

（証明）　有限束を L とすれば、定理(15)より、その厳密な拡張であるような線型順序が存在する。いま、そのような線型順序をのこらずあつめて、Λ としよう。L の要素は有限だから、Λ の要素も有限である。いま、L の含む任意の比較不能な選択肢の対をとると、Λ のなかに、その一方を選好する順序、またもう一方を選好する順序が、かならずみつかる。（なぜなら、そのような線型順序の存在は、補題(17)によって保証されているが、Λ はそれらすべてを要素とするからである。）ゆえに、Λ の全要素をパレート合成すると、L の比較不能な対はすべてのこらず比較不能となる。しかも、Λ の要素はすべて L の擬順序の拡張であったのだから、それはそのままパレート合成においても保たれている。このことは、有限集合 Λ が、束 L のパレート分解であることを示している。■

定理(16)（分解定理）は、有限束の有限なパレート分解が存在することを、保証している。しかしながら、パレート分解によってえられる線型順序の個数

が（有限とはいえ）あまりに多数にのぼるようでは、実用上さしさわりがある。なるべく少数の線型順序に、パレート分解できることが、のぞましい。われわれの予想によれば、任意の有限束はたかだか2本の線型順序に分解できそうである。証明をいろいろ工夫したが、現在までのところ成功しなかったので、予想として記しておくにとどめよう。

*

*　*

分解定理が成立するので、われわれは、いくつかの機能要件の存在から出発する議論を、いくつかの束として定式化しておきながら、結局はそれを一連の線型順序へと分解してしまい、それらから出発することが可能となった。もっとも、この分解の仕方は一義的でないのだから、その自由度が結論にどのような影響を与えるのか（与えないのか）を、考慮しておかなくてはならない。また、分解の際にパレート分解という特定の方式をとっていることが、その後の議論とどう関係するか、見極めておく必要もある。しかし、いずれにせよこの分解定理のおかげで、SFT を社会的決定の理論と同じ定式化へ誘導することができた。分解定理はこのいみで、同型定理にその実質的な内容を与えるものである。

ところで、いままでのべたのは、第1のタイプの SFT の、手続き③に関連する作業であったが、もうひとつ、束を分解した場合に、許容域はどのように扱われることになるのかを、はっきりさせておかなければならない。

まず、単一の束のうえの（前）許容域について、考えよう。そのもっとも単純な場合とは、当該の領域が、ある特定の選択肢に対応して定まり、その選択肢を根とする部分束として指定されるような場合である。このような束の与える任意の許容域は、適当な線型順序によって与えることができる。それは、つぎの定理による。

> Th.　（許容域再現定理 1）
>
> (18)　束のある要素を根とする部分束の形で領域を定義される許容域は、その束の厳密な拡張であるただ1本の線型順序に

よって再現できる。

(証明) 許容域である部分束には、その厳密な拡張である線型順序 ℓ' が存在する(定理(15))。部分束に属さぬ要素が、部分束の根より選好されることはない。部分束に属さぬ要素の集合は、擬順序をもつから、その厳密な拡張である線型順序 ℓ'' が存在する。ℓ' の下に ℓ'' をつなげた線型順序 ℓ は、束の擬順序の厳格な拡張である。ℓ において許容域の根であった要素から上側の切片をとれば、それは当初の許容域と一致する。■

つぎに、やや複雑な場合として、単一の束のうえで、ふたつの選択肢 a, b に対応して(前)許容域が定まる場合を考えよう。許容域が、a を根とする部分束、b を根とする部分束の共通部分として指定されるなら、それは再び部分束であって、その根は a と b の上限 $a \cup b$ である。それゆえ定理(18)により、やはりその許容域を再現することのできるただひとつの線型順序が存在する。それに対して、a を根とする部分束、b を根とする部分束の合併として許容域が指定されるなら、定理(18)により与えられる２本の線型順序の各上側切片の、合併によって、当該の許容域を再現できる。しかし、いっそう面白いことに、実はその許容域を再現するには、ただ１本の線型順序でたりるのである。この結果をさらに一般化した、つぎの定理が証明できる。

Th. (志田の、許容域再現定理 2)*

(19) 有限束において、任意個の要素を根とする部分束から集合算によってその領域が生成される許容域は、その束の厳密な拡張であるただ１本の線形順序によって、再現可能である。

(証明) この束において、許容域とされる領域の要素より、そうでない要素の方が選好されることはない。従って、補題(17)、定理(18)におけると同様に、定理(15)をくりかえし用いることができて、求める線型順序の存在が容易にみちびかれる。■

* この定理は、選択肢の集合が束であることを要さず、ただ擬順序であることだけで十分である。志田の証明のオリジナルな形は、そうであった('80-10-22メモ)。また、志田自身はこの定理を、「志田の近似定理」とよんでいる。

第1のタイプの SFT にとってさらに重要であるのは、29頁における ④ の手続き、すなわち複数の相異なる束の上での、(前)許容域からの許容域の合成手続きである。

われわれは、有限の選択肢(社会状態)に関する、相異なる有限個の束が存在するところを、こんどは出発点にしよう。最終的な許容域は、おのおのの束が与える擬順序と、どのような関係にあるだろうか？ それらと無関係であることは、むろんできない。それらが相互に一致しない場合は、その一方を無視することはできるだろうが、それらが一致して与える選好には、逆らうことができないと考えるのが妥当である。22頁の条件(11)は、このような内容の制限を、許容域に課するものである。

25頁の定理(14)は、ある束のうえで定理(19)にあるような手続きをへて作られた前許容域を、さらに集合算によって加工してえられる領域がかならず、上述の条件(11)を満足することをのべている。その逆に、条件(11)をつねに満足させるのは、定理(19)の手続きプラス集合算、以外には無さそうである。そうであるとすれば、そうした手段によって作られる領域は、有限個の線型順序によって表わされるであろう。なんとなれば、ひとつの束のうえで定理(19)にある手続きが与える前許容域は、単一の線型順序によって再現されるのだから、それら前許容域の有限個から集合算によって生成される領域が、有限個の線型順序によって再現されるのは明らかだからである。

しかしながら、話はもっと単純にできる。最終的な許容域の存在条件が、(11)に限られるのだとすれば、許容域を再現するのに実は、ただ１本の線型順序があればことたりるのである。与えられた有限個の束 $L_1, L_2, \ldots, L_n$ の擬順序 $O_1, O_2, \ldots, O_n$ に対して、そのパレート合成をつくり、えられる擬順序(全員一致の擬順序)を $\bar{O}$ としよう。

Th. （志田の 許容域再現定理 3）

(20) 有限個の束をもつ有限個の選択肢の集合において，条件(11)をみたす領域（許容域）は，それら束のパレート合成による擬順序 $\overline{\sigma}$ の厳密な拡張である，1本の線型順序によって，再現可能である。

（証明） 条件(11)より，許容域に属する要素は，擬順序 $\overline{\sigma}$ のもとで，許容域に属さない要素よりも選好されるか，それとも互いに比較不能であるかである。従って，補題(17)，定理(18)，(19)と同様の方法により，求める線型順序の存在がみちびかれる。∎

この定理は，29頁の図に示すところの，手続き④′に相当している。

一連の許容域再現定理の含意をおしはかるのは，興味ぶかいことである。というのは，これらの定理はいずれも，われわれが予め許容域となるような領域がもっている性質として適当であろう，とみつくろっておいた条件（許容域の存在条件）を満足するようなものはみな，たかだか1本の線型順序さえあれば与えることができる，ということをのべているからである。わざわざ数多くの束などをたてて，機能論的に納得のいく手続きを工夫しようと，結局のところは無駄，というわけだ。

複要件空間においてどのようにして定める許容域であろうと，ただ1本の線型順序によって過不足なく説明がついてしまうこと――この奇妙な結論も，考え直してみればまたいかにも妥当な結論であると言いうる。そもそも許容／非許容という判定法は，2値的であり，それゆえに1元的であるのだ。もし許容域が，ある順序構造 σ と矛盾しない範囲に定められたとしても，その都度 σ と矛盾しないようにして，許容域を上側の切片とするような線型順序を1本みつけてくることが可能である。この結果からみて，許容／非許容という判定原理は，どう転んでも本質的に単要件論的なのである。もしSFTが，社会システムの許容／非許容ということを判定するだけでよいのだとすると，SFTが複要件論的な体裁をとることの積極的な理由はないことになる。

7. 剝離定理

ここまでわれわれは，一定の選択の体系（そう言ってもよければ，価値体系ないしはその類似物）をあらわすような，順序構造のいくつかの類型を扱ってきた。これらは思うに，合理性（ないし価値一貫性）のさまざまの型をあらわしている。こういった順序構造の類型についてひとわたりの検討を試みることは，（単数ないし複数の）機能要件というものが社会システムに対して存在するということのいみを考えなおすうえで，欠かすことのできない基礎作業である。

順序構造のもつある種の性質のなかに，合理性の根拠づけを見出そうという試みは，Samuelsonの顕示選好の議論にはじめて明確な方法論的な自覚をもってあらわれたと言ってよいだろう。この議論は，順序づけの循環（サイクル）に，合理性の消滅を見出した。顕示選好の公準はいずれも，このようなサイクルを排除するための要請である。

推移律の成立は，（他の前提と組み合わさるとき）選好のサイクルを除去する効果をもつ。それは合理性の一形態だと言ってもよいであろう。しかしながら，連結律の成立／非成立と，合理性ないし価値一貫性との関連については，これまで省みられることがあまりに少なかったように思われる。連結律を加味すると，合理性の諸々の型にみあったいっそう複雑な（亜）順序構造の一系列をうる。

われわれの整理によるならば，（亜）順序構造は，その合理性ないし価値一貫性の度合に応じて，つぎのような段階にわけられると思われる：

① 線型順序――合理的な価値一貫性の典型として
①′ 弱順序――無差別関係をゆるす
② 単一の束――比較不能な対を含むが，任意の対に，共通の上界・下界がかならず存在するという程度の一貫性をもつ
②′ 上半束／下半束――共通の上界（下界）が存する
③ 擬順序　推移律に関して一貫している（サイクルを含まない）

④ 複数個の束――同一の順序対に，正反対の判定を下す

⑤ 有向グラフ――サイクルをふくむ

①～③までは，連結律の適用する範囲ではすくなくとも，顕示選好の公準はみたされており，それなりの合理性に裏付けられていると考えられる。

さて，この節でのわれわれの状況を確認しておけば，つぎのようである――任意に与えられた，よくわけのわからぬ選好体系，すなわち，かならずしも価値一貫性によって固められていない（亜）順序構造をあらわす有向グラフ一般，から出発して，それに明瞭な解釈を与え，SFTの内部で論述・分析することを可能にするような，一般的な手続きを発見すべきこと。

観察される所与の順序構造が，①～②′までの間におさまっていれば，その解釈は自明であり，きわめて容易である。（ちなみに言うと，これまで許容域にかかわる種々の定理や条件に，束とあったのは，過剰な要請であり，実は上半束としても十分であったはずである。）そこで，③の，擬順序が観察された場合から考えはじめよう。

擬順序が与えられているとき，そこにはないっていない，いわばありもしない選択肢を勝手につけ加えてもよいのならば，それを単一の束とすることができるだろう。全てのものより優るω，劣る0を付け加えるならば，ちょうど2点コンパクト化ででもあるかのように，擬順序を完備な束のなかに埋めこむことができる。このような手続きをみとめると，すべての擬順序が単一の束として解釈されることになってしまう。これは行きすぎであると思われる。

選択肢の付加を認めないとなれば，与えられた擬順序をパレート分解し，それによって解釈するというのが妥当な手続きであろう。つぎの定理が成立すると思われる：

Th （擬順序のパレート分解）

(21) 任意の擬順序は，有限個の線形順序に，パレート分解可能である。

この分解は，一般に一義的には定まらない。したがって擬順序には，いくつかの解釈が並立しうることになるであろう。

Szpilrajnの定理(15)によれば，任意の擬順序にはその厳密な拡張であるような線型順序が存在した。さらに，一連の許容域再現定理からして，任意の擬順序と整合な（矛盾しない）任意の領域には，線型順序によるその再現が存在する。定理(21)におけるパレート分解からえられる線型順序は，そのパレート合成によって許容域を再現することができるだろう。

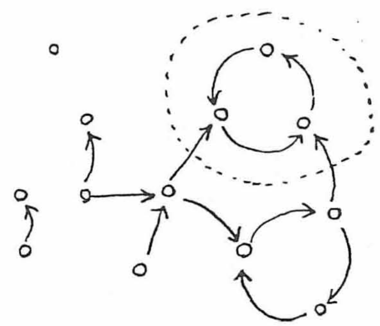
*

*　*

つぎに，任意の有向グラフが与えられたとして，その解釈を与えよう。

一般に有向グラフは，サイクルを含むようなものであってよい。サイクルを含む場合をわれわれはふつう，「順序」であるとは呼ばないのが習わしなので，与えられた有向グラフは「亜順序構造」をもつ，と考えておこう。有向グラフとその亜順序構造を，これまでみてきたSFTの分析枠組みで解きほぐし解釈しよう，（あるいはそのための条件をさぐろう）というのが，有向グラフに注目する動機である。

有向グラフ一般を，単一の機能要件なり線型順序なりに即して再構成できるという可能性は，あらかじめ与えられていないことにまず注意しよう。いまかりに有向グラフが，その亜順序構造と不整合ではないような，部分領域（許容域）を有していたとする。（その簡単な場合を，右に図示しておく。）定理(15)の前提がみたされていないから，有向グラフの厳密な拡張であるような線型順序の存在は，保証されない。ことに，サイクルを含む有向グラフには，そのような線型順序は絶対に存在しない。従って，



たとえ許容域が一定の存在条件をみたすように与えられていようとも，有向グラフによって表現されるような亜順序構造は，本質的に言って，単要件論的ではないのである。したがって，もしその解釈をどうしても機能論的に下したければ，それは複要件論的なものとなるほかはない。

サイクルを含む有向グラフとして示されるような亜順序構造は，特有の径路

依存性（選好が初期状態や現状に依存してしか定まらない性質）を示す。むろん，束や半束にしても，ある程度の経路依存性を示したりすると考えられるのであるが，社会システムが一定の状相循環を示していたり，特定の動学的経路にそって動いたりしているような場合は，その下に有向グラフで示されるような亜順序構造の存在を仮定してみてもよいような場合である。

そこで，与えられた有向グラフを複要件論的に解釈する，一般的な手続きについて考えてみよう。われわれにとってのぞましいのは，任意に有限な有効グラフが与えられると，それをいくつかの束ないしは線型順序に剝離してしまう手続きが確定することである。この手続きにかかわる命題を，つぎの剝離定理のかたちで掲げておく：

Th.（剝離定理）

(22)　任意の有限有向グラフ G に対して，順序構造の有限な集合 $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n$ があって，G のある種の分解を与える。すなわち，G は，機能的なシステムの n 重の複合であると解釈できる。

この定理は，G を n 要件モデルとして解釈する一般的な可能性を予想する，予想命題である。

まず，G のある種の分解をなす順序構造を，擬順序 $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n$ として与えることを考えよう。擬順序はサイクルを含まないから，そのいかなるパレート合成もサイクルを含まない。従って，サイクルを含む G の，擬順序 $\theta_1, \cdots, \theta_n$ へのパレート分解は存在しない。だから，G の「ある種の」分解とは，パレート分解ではありえないことになる。それでは G を，どのような条件のもとに分解すればよいだろうか？　いま，無関心（比較不能）を，積極的に反対しているわけではない，と考え，集計の際，賛成の効力を無効にしないものとみなす手続きを考えよう。これを半パレート合成といえば，サイクルを含む有向グラフ G は，擬順序 $\theta_1, \cdots, \theta_n$ から半パレート合成可能である。逆に G は，擬順序 $\theta_1, \cdots, \theta_n$ に半パレート分解できる。（そのような分解は，たしかに存在する。実際，各有向辺をただひとつの比較可能な順序対とし，残りを比較不能

とするような擬順序 $\theta_1, \theta_2, \cdots$ をつぎつぎ作っていけばよい。）有向グラフ G のあらわす亜順序構造を θ と示せば，θ は $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n$ の半パレート合成である。θ と整合的な許容域が G とともに与えられていたとすれば，G における $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n$ の厳密な拡張であって，許容域を再現しうる線型順序 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n$ が存在する。（ただし $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n$ から直接 θ を構成することはできない。）

G の半パレート分解について興味ある最大の問題は，擬順序 $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n$ の個数 n を，知ることである。n は最低，いくらであればよいのか？　n があまり大きな数であれば，理論の手軽さ（handiness）はいちじるしくそこなわれる。この問題については，明確な回答を与えるだけの準備がないが，何本かの補助線と，予想だけを与えておこう。関係のありそうなものとして，まずつぎの定理がある：

Th.*

(23)　任意の有限（有向）グラフは，E^3（3次元ユークリッド空間）のなかに，ひとつの幾何学的表現をもつ。

* Busacker－Saaty [1965＝1970：8]

さらに，任意の回路を印刷する（グラフを平面に分解する）のに，3枚の平面が必要なことが知られている。（回路の印刷は，半パレート合成の一種であると考えられる。）つぎに，平面グラフ（の隣グラフ）における塗りわけ問題は，4色で充分なことが知られている。G を半パレート分解する場合の条件は，分解してえられる順序構造 $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n$ が，サイクルを含まないこと，推移律を満足すること，である。それには，グラフをいわば，ズタズタにするしかない。どのようなややこしい，こみいった有限有向グラフ G が与えられても，(22) でのべるような半パレート分解が存在するためには，3×4 ＝12個の擬順序をたてておけば，大丈夫そうである。つまり，いかに社会がめまぐるしく変動していようとも，それを説明する機能的モデルは，たかだか12個の擬順序構造を想定しておけば，それで充分である（?!）

擬順序（それ自身が，1個または有限個の機能要件を代表する）の半パレー

ト合成によって，有向有限グラフG（つまり，ぐるぐる回りを含む社会システムの挙動）を再構成しようと試みることは，つぎのような説明原理にたつことをいみする――ある社会状態からそのつぎの社会状態が実現するたびに，異なった機能的説明原理がいれ替りたち替りあらわれては，それを機能的に説明し，全体としては一貫性を欠いたぐるぐる回りをつくりだすこと。このタイプの機能理論は，いくつかの機能を直球，カーヴ，ショートなどのようにアドホクにもちだすだけで，機能の同時決定的な説明原理として自らを完成させることができない。

さて，剔雑定理にいう順序構造 $O_1, O_2, \ldots, O_n$ に，擬順序ではなくいっそう特定されたもの，たとえば束をとってみる，などの可能性を検討する作業がのこっている。しかしこれは，擬順序の場合にくらべて困難である。というのは，束 $O_1, \ldots, O_n$ の合成を，パレート合成と想定することも，半パレート合成と想定することも，できないからである。（前者は，Gの含むサイクルをつくりだすことができず，後者は，相反する選択肢の合成について定義できない。）したがって，それらの組みあわせか，別な第3の適当な合成法によるのでなければならないのだが，容易にはみつからない。これは，一般の有限有向グラフGが，束からは十分にかけはなれている，ということであるかもしれない。そうであるとすると，動学的経路やそれに類似する社会システムの挙動一般を，機能論的に説明することに，無理があるとみてもよいことになる。

8. のこされている課題

この分野の研究は，まだ緒についたばかりであり，論じ残されていることはあまりに多くて陳べきれない。そこで，作業全体の見通しからみて，ここではとんど触れえなかったポイントだけを，指摘しておくにとどめよう。

まず最大の欠落は，社会構造ならびにその変動に関するSFTのロジックを，まったく論じていない点である。社会システムの機能にせよ，また許容概念にせよ，構造変動仮説（SCH）と結びつくのでなければ，いみがないのである。この方面の作業は現在進行中であるが，その帰結が明確になれば，当然ここでのべた諸々の論述は大幅に書きかえられることになるにちがいない。

第2には，社会的決定の理論の，代替的な諸々のヴァージョンであるとか，グラフ理論，束論，順序構造論など関連の基礎的分野について，まだまだ十分な目配りがとどいていない点である。利用可能な議論の原型がみつかれば，それによって証明の大筋から何から，全てさしかえになってしまうこともあるかもしれぬ。

第3に，機能理論派，システム論諸派の，とくに海外における最近の動向を follow up していない，ということである。これも必要な作業であり，本稿における類同の試みで，どこかでよい結果が出ているということも十分考えられるので，論点と構想がもう少々煮つまり次第，探索を試みるつもりである。
（以上，本文115枚）

この論稿は，小室ゼミナールにおける恒松直幸，志田基与師両氏との共同作業の，副産物のひとつです。その内容のいたるところに両氏の貢献が含まれ，むしろ共同の著作と考えた方がよいとも言えるほどですが，ありうべきすべての誤謬と文章上の責任が筆者に帰するのはもちろんです。恒松直幸氏，志田基与師氏，ならびに小室ゼミナール Advanced Course の席上などで数多くの有益な批判・教示をたまわった小室直樹先生その他ゼミナール参加者の皆さんに，この場をかりてお礼申します。（筆者記）

CN 122　　D.HASHIZUME
¥120.-
1930-10-27

記　号　表

x	5	SC	6	$L(\mathcal{U}_r)$	23
FR	5	$\succsim$	9	L_i	24
$\mathcal{S}$	5	$\succ$	9	R^n	24
X	6	$\sim$	9	$\overline{R^n}$	24
R	6	$x \cap y$	10	$\overline{R^n}_i$	24
$\overline{R}$	6	$x \cup y$	10	$\overline{\Theta}$	25
$\mathcal{O}$	6	L	23	$\overline{\mathcal{O}}_k$	25

索　引

(次頁より)

恒松直幸 1978「貨幣—メディア論の視角から」,(未発表).

吉田民人 1974「社会体系の一般変動理論」, 青井(ed.)【1974:239-308】.

BIBLIOGRAPHY

青井和夫 (ed.) 1974『理論社会学』(社会学講座 1)東京大学出版会。

Arrow, Kenneth J. 1951 Social Choice and Individual Values, Yale Univ. Press.

——— 1963 Social Choice and Individual Values(2nd ed.) Yale Univ. Press. =1977 長名寛明訳,『社会的選択と個人的評価』, 日本経済新聞社.

Busacker, Robert G. & Saaty, Thomas L. 1965 Finite Graphs and Networks: An Introduction with Applications, =1970 矢野健太郎・伊理正夫訳,『グラフ理論とネットワーク / 基礎と応用』, 培風館.

Debleu, Gerard 1959 Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equiliblium, Yale Univ. Press. =1977 丸山徹訳,『価値と資本 —— 経済均衡の公理論的分析』, 東洋経済新報社.

Goodstein, R.L. 1963 Boolean Algebla, Pergamon Press, =1971 赤摂也訳,『ブール代数』, 培風館.

橋爪大三郎 1977「構造—機能理論の射程と限界」,(未発表).

岩村聯 1966『束論』, 共立出版.

Kelly, Jerry S.(ed.) 1978 Arrow Impossibility Theorems, Academic Press.

小室直樹 1974「構造-機能理論の論理と方法」, 青井(ed.)【1974:15-80】.

見田宗介 1972「価値空間と行動決定」,『思想』578:1-16.→1979『現代社会の社会意識』:209-241.

二階堂副包 (ed.) 1977『経済の数理』(数理科学シリーズ 14), 筑摩書房.

佐伯胖 1980『「きめ方」の論理:社会的決定理論への招待』, 東京大学出版会.

志田基与師 1979『構造-機能理論の説明形式』,(未発表).

——— 1980『機能理論の説明形式』,『ソシオロゴス』4:112-125.

鈴村興太郎 1977「社会的選択の理論」, 二階堂(ed.)【1977:116-166】.

(前頁へ)