1997-11

価値ｼｽﾃﾑ(VALDES)専攻　1997.12

特別演習資料

マルクスの経済学

橋爪大三郎

Morishima, Michio　1973　Marx's Economics: A Dual Theory of Value and Growth, Cambridge University Press.＝1974　高須賀義博訳『マルクスの経済学――価値と成長の二重の理論――』東洋経済新報社。

□ 目的 □

この演習の目的は、マルクスの『資本論』の数学的構成を、近代経済学の方法にもとづいて理解し、マルクス経済学ならびにマルクス主義の意義と限界について、これ以上ないほど徹底的な理解をはかることである。

□0□ 数学的準備

0－1 線型数学の基礎練習

＊基礎概念……ベクトル、行列、行列式、線型変換、対称行列、交代行列、行列の階数、正則行列、余因子、余因子行列、余因子展開、逆行列、クラマーの公式、固有値、固有ベクトル、固有方程式、二次形式

＊行列式の６つの性質

＊行列の和、行列の積

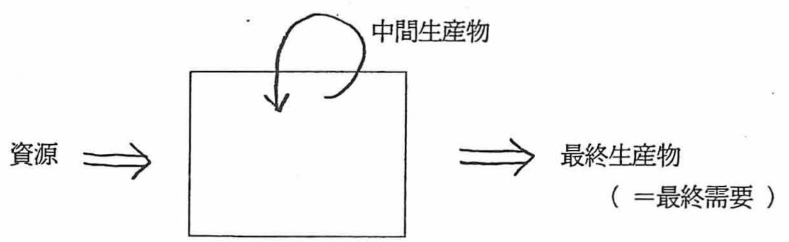
＊行列とは、「ベクトル空間からベクトル空間への線型写像」であること。

＊逆行列の求め方、逆行列が存在するための条件

cf.西村和雄 1982 『経済数学早わかり』日本評論社　第２章（25～ 101頁）

0－2 レオンチェフの投入－産出分析（Input/Output Analysis）

＊基礎概念……資源、最終生産物、中間生産物、資本、原材料、最終需要、投入、産出、投入産出係数、投入産出行列



経済システム

＊レオンチェフ・モデル

投入産出係数一定（規模不変）と仮定した、線型の産業連関モデル。計画経済の基本モデルである。

基本モデル

$$A x+\bar{x}=x$$

これを解いて、

$$x=(I-A)^{-1}\bar{x}$$

（I−Aは正則とする）

ここで、

a_{ij}：第ｉ産業から第ｊ産業への投入産出係数

I：単位行列（n×n）

$A=(a_{ij})$：ｉ行ｊ列の要素をa_{ij}とする、投入産出行列（n×n）

$(A-I)^{-1}$：（A－I）の逆行列

$\bar{x}$：最終需要 $\begin{pmatrix}\bar{x}_1\\ \vdots\\ \bar{x}_n\end{pmatrix}$

x：均衡生産量 $\begin{pmatrix}x_1\\ \vdots\\ x_n\end{pmatrix}$

□1□ 第１章 価値の二重の定義

１－１ 「価値」の定義が２通りあるようにみえる

＊価値（あるいは、労働価値）は、マルクスの経済学の根本概念である。しかし、この概念は正確に理解されてこなかった。

＊マルクスの『資本論』のなかに、異なる２通りの価値の定義があるようにみえる。

（ｉ）「これらのものが表しているのは、ただ、その生産に人間労働力が支出されており、人間労働が積み上げられているということだけである。このようなそれらに共通な社会的実体の結晶として、これらのものは価値――商品価値なのである。」（p.52）

（ii）「ある使用価値の価値量を規定するものは、ただ、社会的に必要な労働の量、すなわち、その使用価値の生産に社会的に必要な労働時間だけである。」（全集 Ia p.53）

＊（ｉ）は、ある商品の価値＝その商品に体化された総労働量

（ii）は、ある商品の価値＝その商品を純生産するのに社会的に必要な総労働量

１－２ モデル（価値の定義１）

＊仮定　ａ）各産業の生産方法は１つしかない。（技術選択の問題は起きない）

ｂ）各産業は１種類の生産物を生産する。（結合生産の問題は起きない）

ｃ）労働以外のいかなる生産要素も存在しない。（しかも単純労働のみ）

ｄ）全資本財は同一の生存期間（１単位時間）を有す。（本来の意味での固定資本は存在しない）

ｅ）全商品は同一の生産期間を有する。これを１単位時間とする。

ｆ）各生産過程は１時点（期首）投入－１時点（期末）産出型である。

＊商品ｉの生産過程

・１単位の商品ｉは、a_{ji}単位の資本財ｊ（ｊ＝1，…，ｎ）とl_i単位の労働で生産される。これをベクトルで表すなら、$(a_{1i}, a_{2i}, \cdots, a_{ni}, l_i)$。

・１単位の商品ｉに体化された労働量をλ_iとすれば、

$$\lambda_i=a_{1i}\lambda_1+a_{2i}\lambda_2+\cdots+a_{ni}\lambda_n+l_i$$

＊一般に、n個の資本財と、m－n個の賃金財あるいは奢侈財がある経済では、それぞれの商品の価値は、つぎのように決定される。

$$\Lambda_{I} = \Lambda_{I} A_{I} + L_{I} \qquad (1)$$

$$\Lambda_{II} = \Lambda_{I} A_{II} + L_{II} \qquad (2)$$

ただし、

$$A_{I} = \begin{bmatrix} a_{11} \cdots a_{1n} \\ \vdots \qquad \vdots \\ a_{n1} \cdots a_{nn} \end{bmatrix}, \quad A_{II} = \begin{bmatrix} a_{1\,n+1} \cdots a_{1m} \\ \vdots \\ a_{n\,n+1} \cdots a_{nm} \end{bmatrix},$$

$L_{I} = (l_{1}, l_{2}, \cdots\cdots, l_{n})$,　$L_{II} = (l_{n+1}, \cdots\cdots, l_{m})$,

$\Lambda_{I} = (\lambda_{1}, \lambda_{2}, \cdots\cdots, \lambda_{n})$,　$\Lambda_{II} = (\lambda_{n+1}, \cdots\cdots, \lambda_{m})$

Aは資本の投入産出係数行列、Lは労働投入係数ベクトル、Λは価値ベクトルである。

1－3　モデル（価値の定義２）

＊【資本財】　例えば、１単位の資本財１を生産するには、a_{1i}, …, a_{ni}単位の資本財１，…，nが必要である。これらの資本財が生産されなければならないとすれば、そのためさらに資本財の生産が必要であり、さらにまた、というようなことがおきる（資本財１，…，nの産出量に対する乗数効果）。１単位の資本財１の生産のためにひき起こされる波及作用をすべて考慮したのち必要とされる資本財、x_1^1, …. x_n^1 の総計をうるには、つぎの投入－産出方程式を解かねばならない。

$$\left.\begin{aligned} x_1^1 &= a_{11}x_1^1 + \cdots + a_{1n}x_n^1 + 1 \\ x_2^1 &= a_{21}x_1^1 + \cdots + a_{2n}x_n^1 + 0 \\ &\cdots \\ x_n^1 &= a_{n1}x_1^1 + \cdots + a_{nn}x_n^1 + 0 \end{aligned}\right\} \qquad (3.1)$$

そして、１単位の資本財１を生産するのに必要な総労働量は、

$$\mu_1 = \sum_{j=1}^{n} l_j x_j^1 \qquad (4.1)$$

同様に、資本財２の価値は、つぎの方程式の解を用いて、

$$\left.\begin{aligned} x_1^2 &= a_{11}x_1^2 + \cdots + a_{1n}x_n^2 + 0 \\ x_2^2 &= a_{21}x_1^2 + \cdots + a_{2n}x_n^2 + 1 \\ &\cdots \\ x_n^2 &= a_{n1}x_1^2 + \cdots + a_{nn}x_n^2 + 0 \end{aligned}\right\} \qquad (3.2)$$

つぎのように決定される。

$$\mu_2 = \sum_{j=1}^{n} l_j x_j^2 \qquad (4.2)$$

資本財３～nも、同様である。

＊以上をまとめると、

$$X_{I} = A_{I} X_{I} + I \qquad (3)$$

ただし、Iはn×nの単位行列であり、X_{I} は、

$$X_{I} = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_1^2 & \cdots & x_1^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_n^1 & x_n^2 & \cdots & x_n^n \end{bmatrix}$$

である。そして、資本財の価値ベクトルは、つぎのように計算される。

$$M_{I} = L_{I} X_{I} \qquad (4)$$

ここでの$M_{I} = (\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_n)$ が、第２の定義による資本財の価値を表す。

＊【賃金財】　賃金財（もしくは奢侈財）iの１単位当たり、資本財１，…，nはそれぞれ、a_{1i}, a_{2i}, …, a_{ni}ずつ必要であるから、それを補填する資本財 x_1^i, …, x_n^i は、以下の方程式で決定される。

$$\left.\begin{aligned} x_1^i &= a_{11}x_1^i + \cdots + a_{1n}x_n^i + a_{1i} \\ x_2^i &= a_{21}x_1^i + \cdots + a_{2n}x_n^i + a_{2i} \\ &\vdots \\ x_n^i &= a_{nn}x_1^i + \cdots + a_{nn}x_n^i + a_{ni} \end{aligned}\right\} \qquad (5.i)$$

ここで、１単位の賃金財iを生産するのに必要な総労働量は、賃金財i産業で働く労働者の労働l_i と、そこで使用される資本財１～nを純生産するのに必要な労働者の労働との総和、すなわち、

$$\mu_i = \sum_{j=1}^{n} l_j x_j^i + l_i \qquad (6.i)$$

となる。これが、第２の定義による賃金財iの価値である。

＊以上をまとめて、賃金財の価値を行列のかたちで表せば、

$$X_{II} = A_{I} X_{II} + A_{II} \qquad (5)$$

$$M_{II} = L_{I} X_{II} + L_{II} \qquad (6)$$

ただし、

$$X_{II} = \begin{bmatrix} x_1^{n+1} & x_1^{n+2} & \cdots & x_1^m \\ \vdots & \vdots & & \\ x_n^{n+1} & x_n^{n+2} & \cdots & x_n^m \end{bmatrix} \text{ n行×（m－n）列の行列}$$

$M_{II} = (\mu_{n+1}, \cdots, \mu_m)$

1－4（Th）価値の第１の定義は、価値の第２の定義と同一である。

＊【証明】まず資本財の場合、すなわち（１）と（４）とが同一であることを示す。

$$\Lambda_{I} = \Lambda_{I} A_{I} + L_{I} \qquad (1)$$

両辺に右からX_{I}をかける。

$$\Lambda_{I} X_{I} = \Lambda_{I} A_{I} X_{I} + L_{I} X_{I}$$

右辺の第１項を左辺に移動する。

$$\Lambda_{I} X_{I} - \Lambda_{I} A_{I} X_{I} = L_{I} X_{I}$$

$$\Lambda_{I} (X_{I} - A_{I} X_{I}) = L_{I} X_{I}$$

$$\Lambda_{I} = L_{I} X_{I} \qquad (\because X_{I} - A_{I} X_{I} = I \leftarrow (3))$$

$$= M_{I} \qquad (\because (4))$$

＊つぎに賃金財の場合、すなわち、（２）と（６）とが同一であることを示す。

$$\Lambda_{I} = \Lambda_{I} A_{I} + L_{I} \qquad (1)$$

両辺に右からX_{II}をかける。

$$\Lambda_{I} X_{II} = \Lambda_{I} A_{I} X_{II} + L_{I} X_{II}$$

これに、（２）式（$\Lambda_{II} = \Lambda_{I} A_{II} + L_{II}$）を加える。

$$\Lambda_{II}+\Lambda_I X_{II}=\Lambda_I A_I X_{II}+L_I X_{II}+\Lambda_I A_{II}+L_{II}$$

$$\Lambda_{II}+\Lambda_I X_{II}-\Lambda_I (A_I X_{II}+A_{II})=L_I X_{II}+L_{II}$$

$$\Lambda_{II}+\Lambda_I X_{II}-\Lambda_I X_{II}=L_I X_{II}+L_{II} \qquad (\because (5))$$

$$\Lambda_{II}=L_I X_{II}+L_{II}$$

$$=M_{II} \qquad (\because (6))$$

＊考察　以上の結果は、第１の定義――価値決定システム（商品価値）――が、第２の定義――投入産出システム（実物産出量）――と双対であることを示している。

1－5（Th）国民生産物の価値は総雇用に等しい。

＊前節の結果は、価値の第１の定義――価値決定システム（商品価値）――が、第２の定義――投入産出システム（実物産出量）――と双対であることを示している。

＊マルクスの「価値」概念は、神秘的で観察可能でない、と批判されてきた。しかし、二つの定義が同一であることを示したので、価値は、観察可能な雇用（労働時間）として完全に客観的に考察できる。

＊【証明】　　y：資本財の純産出量の列ベクトル

z：賃金財（または奢侈財）の産出量の列ベクトル

$$\Lambda_I y+\Lambda_{II} z \qquad (7)$$

：国民生産物（あるいは国民所得）の価値表示

資本財の純産出量 y に必要な資本財の粗産出量は、$X_I y$。賃金財の産出量 z に必要な資本財の粗産出量は、$X_{II} z$。そこで、資本財産業、賃金財産業の総雇用を、労働時間で表示すると、それぞれ、$L_I (X_I y+X_{II} z)$、$L_{II} z$ となる。そこで、この経済の総雇用は、つぎのように表される。

$$L_I (X_I y+X_{II} z)+L_{II} z \qquad \text{（両産業の雇用の和）}$$

$$=M_I y+M_{II} z \qquad \text{（∵Mの定義（4）（6））}$$

$$=\Lambda_I y+\Lambda_{II} z \qquad \text{（∵MとΛの同一性）} \qquad (8)$$

さらに、上式を変形すれば、

$$\Lambda_I y+\Lambda_{II} z$$

$$=(\Lambda_I A_I+L_I) y+(\Lambda_I A_{II}+L_{II}) z \qquad (\because (1)\ (2))$$

$$=(\Lambda_I A_I y+\Lambda_I A_{II} z)+(L_I y+L_{II} z) \qquad (9)$$

すなわち、

$$\Lambda_I A_I y+\Lambda_I A_{II} z=L_I (X_I y+X_{II} z)+L_{II} z-(L_I y+L_{II} z)$$

この式は、用いられた資本の価値が、総雇用マイナス、y および z のための直接的雇用として、計算可能であることを示している。すなわち、価値は、仮定a）～f）が成立している経済で、一点のあいまいさもなく定義でき計算できる。

＊（9）式は、国民生産物の価値は総雇用に等しいことを示している。この式から、ケインズの有効需要の原理が直接に導かれる。すなわち、国民所得の増加によってのみ雇用が拡大される、のである。

□2□　第２章　隠された仮定

2－1　「生産的であること」は、経済が自己充足的であることの必要十分条件

＊価値が、有意味な概念であるためには、全価値が正、あるいは少なくとも非負でなければならない。このような隠された仮定が、『資本論』にはいくつかある。

＊ある経済に、どんな財でも生産できる技術がそなわっていることを、生産的（productive）であるという。それは、$x^0 > A_I x^0$ を満たす正のベクトル x^0 が存在することを意味する。

＊(Th)「生産的であること」は、経済が自己充足的であることの必要十分条件である。

【証明】（→）A_I が生産的であるとする。

⇨　資本財産業のどんな純産出ベクトル f（$\geqslant 0$）を与えても、十分に大きなスカラー t をとれば、$tx^0 > A_I tx^0 + f$ なる x^0 が存在する（∵A_I は生産的）。

⇨　$x^1 = A_I tx^0 + f$　とおけば、$tx^0 > x^1$ である。

⇨　$x^1 \geqslant A_I x^1 + f$　（∵$A_I > 0$　⇨　$A_I tx^0 \geqslant A_I x^1$

⇨　$x^1 = A_I tx^0 + f \geqslant A_I x^1 + f$）

⇨　つぎに、$x^2 = A_I x^1 + f$　とおくと、$x^2 \geqslant A_I x^2 + f$　となる。

⇨　この手続きを繰り返すと、単調減少数列　$tx^0, x^1, x^2, \cdots\cdots$ がえられるが、これは　f（$\geqslant 0$）によって下限を画されているから、この数列は、

$$x = A_I x + f \qquad (1)$$

が成り立つような非負の極限ベクトルをもつ。

（←）（1）式が　任意の非負・非ゼロの f に対して、非負解 x をもつとする。

⇨　$f^0 > 0$ のとき、$x^0 = A_I x^0 + f$ だから、$x^0 > 0$　（f^0 が正→x^0 も正）。

⇨　$x^0 > A_I x^0$（すなわち、A_I は生産的）

＊〔考察～資本財 i の生産〕f の第 i 番目が１、他のはすべて０である場合を考える。このfに対応する（1）の解ベクトル x^i は、資本財 i の純生産に必要な各資本財の粗生産量である。x^i が非負であれば、生産は可能であり、逆に x^i の成分のどれかが負であれば、生産は不可能である。A_I が生産的であるなら、x^i が非負であることは保証される。この限りで、x^i の生産に直接必要な労働量　Lx^i（すなわち、商品 i の価値）を計算することに意味があり、その値は非負である。

＊〔考察～賃金財 i の生産〕f がある賃金財 i の資本投入係数ベクトルに等しい場合を考える。この場合も、この f に対応する（1）の解ベクトルを x^i と書けば、非負であり、生産可能。商品 i の価値　$Lx^i + l_i$ も非負である。

2－2　（Th.）資本財産業が生産的であることが、資本主義社会の存続のための必要条件である（だが十分条件ではない）

＊〔資本主義社会の存続とは〕　各産業が正の利潤を生み出すことが必要。すなわち、資本財の価格の行ベクトルを（$p_1, \cdots, p_n$）、賃金財（ならびに奢侈財）の価格の行ベクトルを（$p_{n+1}, \cdots, p_m$）、賃金律を ω と表すとすれば、資本財については、

$$p_I > p_I A_I + \omega L_I \qquad (2)$$

賃金財については、

$$p_{II} > p_I A_{II} + \omega L_{II} \tag{3}$$

が成立する必要がある。$\omega \geqq 0$であるから、（２）式は、

$$p_I > p_I A_I \tag{4}$$

を意味するが、その逆（（４）ならば（２））は言えない（賃金が高すぎる場合）。それゆえ、（４）式は、各産業が同時に収益をあげる可能性のための必要条件（だが十分条件ではない）である。また、（４）式を満足する正の価格群p_Iが存在するのは、資本財産業が生産的である場合、しかもその場合だけである。

＊（Th.）A_Iが生産的であるならば、A_I'も生産的であり、逆も成り立つ。

【証明】（→）gを任意の行ベクトル（$g>0$）とし、つぎの式を考える。

$$y = yA_I + g \tag{5}$$

A_Iは生産的である（仮定）から、投入－産出方程式（１）は、非負・非ゼロの列ベクトルfに対して、非負・非ゼロの解x（$x = A_I x + f$）を与える。（1）式にyを左からかければ、

$$yx = yA_I x + yf$$

をうる。また、（５）式にxを右からかければ、

$$yx = yA_I x + gx$$

をうる。それゆえに、

$$yf = gx$$

である。

fの第i番目の成分を1、残りを0とする（すなわち、$yf = y_i$）とすることができる。他方、gのすべての成分は正、xは非負・非ゼロだから、gxは常に正である。だから、すべてのiについて、$y_i > 0$である。このy_Iに対して、（５）式からgを差し引くと、

$$y > yA_I \tag{6}$$

がえられる。（６）式は、各産業が、正の利潤をあげうる可能性（（４）式）を示す。

（←）あるy（>０）に対して、（６）式が成立するとする。（６）式は、

$$y' > A_I' y'$$

と等値である。ただし、A_I'はA_Iの転置行列、y'はyの転置（列）ベトクルを表す。すると、A_I'は生産的である。したがって、（５）～（６）の論法でA_I'は、つぎの式をみたす正のベクトルzをもつ。

$$z > zA_I'$$

したがって、ゼロよりも大きいz'（zの転置ベクトル）に対して、

$$z' > z' A_I$$

となる。これは、A_Iが「生産的」であることを意味する。

＊〔考察～資本主義社会の存続の十分条件〕　資本主義社会が存続するための必要条件は、労働価値論が有意味性をもつための必要十分条件と、同一である。資本主義社会が存続するための十分条件としては、これに加えてもうひとつの条件、すなわち、実質賃金率が、資本家が労働者を搾取する水準で決定されるという条件が必要になる。この条件は、第５章で論ずる。

2－3（Th.）「価値」が正となるためには、以下の仮定が必要である。

（ｉ）資本財産業の投入産出係数行列A_Iは、非負、分解不可能、生産的であり、労働投入係数ベクトルL_Iは、非負・非ゼロである。

（ii）賃金財（および奢侈財）産業の資本・労働投入産出係数行列$\begin{bmatrix} A_{II} \\ L_{II} \end{bmatrix}$は、各列について非負・非ゼロである。

＊（ｉ）の後半は、労働が、資本財産業の少なくとも１つにとって不可欠であることを意味している。（ii）は、賃金財（および奢侈財）産業は、労働なしでもよいかもしれないが、どの産業もなんらかの投入物（資本財または労働）を使用しなければならないことをのべている。

＊マルクスは、どの産業も（正の）労働を投入すると考えた。しかし、A_Iを単に非負とするのでなく、分解不可能な非負性（indecomposable non-negativeness）に強めるなら、その仮定を$L_I \geqq 0, \neq 0$にまでゆるめることができるのである。

＊（定義）資本財産業A_Iが分解不可能（indecomposable）である。

⟺　資本財産業（1，2，…，n）を、どのような2つのサブ・グループ、（1，…，k）と（k＋1，…，n）とに分けても、いっぽうが他方の産出物を投入しないで自己の産出物を生産できる、すなわち独立なサブ・グループをつくることができない。

＊このことは、A_Iを行や列の入れ換えによって、

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}$$

のようなかたちにできないことを意味する。

＊（Lemma）　A_Iが非負、分解不可能、かつ生産的ならば、投入－産出方程式（１）の解xはすべてのf $\geqq 0, \neq 0$に対して厳密に正である。

【証明】第i番目の資本財の価値を計算するために、（１）式のfの第i成分を1、のこりを0とする。　⇨　fに対応して、厳密に正の解xが定まる（∵A_Iは分解不可能かつ生産的)。⇨　xに左から労働投入ベクトルをかけ、$L_I x$をうる。これは、資本財iの価値であり、正である（∵xは正、L_Iは非負、非ゼロ)。

賃金財（および奢侈財）iの価値を求めるには、その資本投入係数ベクトルに等しいようにfを定める。fはゼロでも、非負・非ゼロでもよい。ゼロの場合、それに対応する（1）式の解xはゼロであるが、賃金財（および奢侈財）iの価値、

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^{n} l_j x_j + l_i \tag{8}$$

は、仮定（ii）によって$l_i > 0$であるから、正である。fが非負・非ゼロの場合は、それに対応するf_jはすべて正となる（∵A_Iは分解不可能、かつ生産的）。

それゆえ、l_i が正かゼロかに関わりなく、$\lambda_i > 0$ である（∵（8）式右辺の第1項が正）。

□3□　第3章　相対価値の量的決定

3－1　単純商品生産社会における、相対価値の決定

＊基準商品（standard commodity）：それによってすべての商品の価値を表現する商品（たとえば、資本財1）

相対価値　$\lambda_i／\lambda_1$：1単位の商品iの価値に等しい基準商品の量q
（$\lambda_i = q\lambda_1$）

1単位の商品iと、q単位の商品1には、同じ量の労働が体化されている。

＊単純商品生産社会：自分の所有する生産手段によって生産した生産物を、交換しあう諸個人からなる社会。（資本家はおらず、労働者の搾取もない。）

＊（Th.）価格（＝商品間の交換比率）は、均衡状態では、相対価値に等しくなる。

（Th.）相対価値は、技術係数（A_I, L_I, A_{II}, L_{II}）によって完全に決定される。

3－2　技術変化にともなう価値の変化～マルクスの考察

＊マルクスは、労働生産性が変化すれば、商品を生産するのに必要な労働時間が変化することを知って、考察し、つぎの4つの結論をえた。

（a）商品iの相対価値は、基準商品（商品1）の価値が不変であれば、商品iの価値に応じて騰落する。

（b）商品iの価値が不変であれば、商品1で表現されたその相対価格は、商品1の価値に反比例して騰落する。

（c）全商品の価値が同時に、同一割合で騰落すれば、相対価値は不変である。

（d）商品iと商品1が、異なる比率または異なる方向に変化するときには、（a）（b）により、両者の結合として導くことができる。

＊マルクスは、数学的準備が足りなかったために、技術係数（l_i, a_{ik}）の変化が λ_i, λ_1 の両方に影響してどうなるかを、これ以上考察できなかった。

3－3　技術変化にともなう価値の変化

＊（仮定）以下、簡単のために、各産業は正の労働投入係数をもつと仮定する。

＊（Th.）資本財i（$i \leqq n$）の労働投入係数 l_i のみが小さくなると、すべての資本財の絶対「価値」の減少をひきおこす。

【証明】資本財産業の価値決定方程式　$\Lambda_I = \Lambda_I A_I + L_I$（第1章の（1））を、$l_i$ によって微分すると、

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial\lambda_1}{\partial l_i} &= a_{11}\frac{\partial\lambda_1}{\partial l_i}+\cdots+a_{n1}\frac{\partial\lambda_n}{\partial l_i}+0\\
&\vdots\\
\frac{\partial\lambda_i}{\partial l_i} &= a_{1i}\frac{\partial\lambda_1}{\partial l_i}+\cdots+a_{ni}\frac{\partial\lambda_n}{\partial l_i}+1\\
&\vdots\\
\frac{\partial\lambda_n}{\partial l_i} &= a_{1n}\frac{\partial\lambda_1}{\partial l_i}+\cdots+a_{nn}\frac{\partial\lambda_n}{\partial l_i}+0
\end{aligned}\right\}$$

あるいは、これを行列のかたちで表せば、

$$\frac{\partial\Lambda_I}{\partial l_i} = \frac{\partial\Lambda_I}{\partial l_i}A_I + k_\delta \qquad (1)$$

となる。ただし、k_δ は、クロネッカーのデルタ（Kromecker's δ）を要素とする行ベクトル（δ_{1i}, δ_{2i}, …, δ_{ni}）であり、そのi番目の要素は1、他は0である。

ここでこの方程式（1）を、第2章の方程式（1）、すなわち、

$$x = A_I x + f \qquad (2)$$

と結びつける。ここで、fのj番目の要素を1、ほかを0としよう。これに対応するベクトルxは、厳密に正である（∵A_I は非負、分解不可能、生産的）。（1）式にxを右からかけると、

$$\frac{\partial\Lambda_I}{\partial l_i}x = \frac{\partial\Lambda_I}{\partial l_i}A_I x + k_\delta x$$

（2）式に $\partial\Lambda_I／\partial l_i$ を左からかけて、

$$\frac{\partial\Lambda_I}{\partial l_i}x = \frac{\partial\Lambda_I}{\partial l_i}A_I x + \frac{\partial\Lambda_I}{\partial l_i}f$$

両式から共通項を消去すると、つぎの式をうる。

$$k_\delta x = \frac{\partial\Lambda_I}{\partial l_i}f$$

k　とfはそれぞれ、第i番目、第j番目の要素が1、ほかは0としてあるから、

$k_\delta x = x_i$（xの第i番目の要素）

$\partial\Lambda_I/\partial l_i f = \partial\lambda_i/\partial l_i$
（$\partial\Lambda_I／\partial l_i$ の第j番目の要素）

をうる。したがって、$x > 0$ ということは、すべてのjについて $\partial\Lambda_I／\partial l_i > 1$ であることを意味し、このことは、労働投入係数 l_i とすべての絶対価値 λ_j（$j = 1$, …, n）が同一方向に変化することを意味している。

＊（Th.）資本財産業iの労働投入係数のみが小さくなり、他の産業が不変であれば、基準商品1で表した商品iの相対価値は、任意の他の商品jよりも大きな割合で小さくなる。

【証明】　帰謬法によって証明する。

（H0）l_i が減少したとき、価値が最高率で下落する商品j（≠i）が存在する。
変化が終わったあとの価値を、λ_1, …, λ_n であらわす。
商品jが資本財なら、変化以前は、

$$\lambda_j = a_{1j}\lambda_1 + \cdots + a_{nj}\lambda_n + l_j \qquad (j \leqq n) \qquad (3)$$

変化以後は、

$$\lambda_j^* = a_{1j}\lambda_1^* + \cdots + a_{nj}\lambda_n^* + l_j \qquad (j \leqq n) \qquad (4)$$

（4）式の両辺を（3）式の両辺でわると、

$$\frac{\lambda_j^*}{\lambda_j} = \frac{a_{1j}\lambda_1^* + \cdots + a_{nj}\lambda_n^* + l_j}{a_{1j}\lambda_1 + \cdots + a_{nj}\lambda_n + l_j} \qquad (j \leqq n) \qquad (5)$$

この式の右辺は、λ_1^*/λ_1, …, λ_n^*/λ_n と1を、$a_{1j}\lambda_1$, …, $a_{nj}\lambda_n$ と l_j のそれぞれをウェートとして平均したものに等しい。λ_1^*/λ_1, …, λ_n^*/λ_n はすべて1よりも小さい（直前の定理を参照）。（5）式の右辺の1のウェート l_i は正であるから、平均値（（5）式の左辺、λ_j^*/λ_j）は λ_1^*/λ_1, …, λ_n^*/λ_n の最小値よりも大きくなければならない。これは矛盾である。

商品jが賃金財（または奢侈財）の場合も、（3）〜（5）は同様に成り立つ。ただし、$j>n$。ここから同じ結論、

$$1>\lambda_j^*/\lambda_j>\lambda_i^*/\lambda_i$$

がえられる。

＊（Th.） 賃金財（および奢侈財）産業iで労働生産性の上昇（労働投入係数 l_i の減少）が生じた場合、その財iのみの価値が低下し、他の産業には影響が及ばない。
【証明】ほとんど自明である。各自試みよ。

＊（Th.） 商品iの1単位を生産するのに必要な資本財jの量を節約する技術改良が生じたとき、基準商品1で表した商品iの相対価値は低下し、相対価値がそれより大きな率で低下する商品は存在しない。
【証明】資本財の価値決定方程式を、a_{ji} について微分すると、

$$\left.\begin{aligned}
\partial\lambda_1/\partial a_{ji} &= a_{11}\,\partial\lambda_1/\partial a_{ji}+\cdots+a_{n1}\,\partial\lambda_n/\partial a_{ji}+0\\
&\;\;\vdots\\
\partial\lambda_i/\partial a_{ji} &= a_{1i}\,\partial\lambda_1/\partial a_{ji}+\cdots+a_{ni}\,\partial\lambda_n/\partial a_{ji}+1\\
&\;\;\vdots\\
\partial\lambda_i/\partial a_{ji} &= a_{1n}\,\partial\lambda_1/\partial a_{ji}+\cdots+a_{nn}\,\partial\lambda_n/\partial a_{ji}+0
\end{aligned}\right\}\qquad(6)$$

あるいは、行列のかたちで表せば

$$\frac{\partial\Lambda_I}{\partial a_{ji}}=\frac{\partial\Lambda_I}{\partial a_{ji}}A_I+\lambda_i k_\delta \qquad (6)$$

となる。ただし k_δ はクロネッカーのデルタの行ベクトルである。（6）式を（1）式と比較すれば、

$$\frac{\partial\lambda_1}{\partial a_{ji}},\ \cdots\cdots,\ \frac{\partial\lambda_n}{\partial a_{ji}}\ \text{は}\ \frac{\partial\lambda_1}{\partial l_i},\ \cdots\cdots,\ \frac{\partial\lambda_n}{\partial l_i}\ \text{に比例している。}$$

すなわち、

$$\lambda_j\frac{\partial\Lambda_I}{\partial l_i}=\frac{\partial\Lambda_I}{\partial a_{ji}}$$

である。賃金財の場合、a_{ji} の変化が資本財に影響せず、その商品の価値を低下させるだけなのは明らかである。

3－4　資本の有機的構成

＊「資本の構成は、二重の意味に解される……。価値の面から見れば、それは、資本が不変資本または生産手段の価値と、可変資本または労働力の価値すなわち労賃の総額とに分かれる割合によって規定される。生産過程で機能する素材の面から見れば、それぞれの資本は生産手段と生きている労働とに分かれる。……第一の構成を資本の価値構成と呼び、第二の構成を資本の技術的構成と呼ぶことにする。……資本の価値構成を、それが資本の技術的構成によって規定されその諸変化を反映するかぎりで、資本の有機的構成と呼ぶことにする。」（『資本論』全集版Ｉｂ 799頁）

＊b_{n+1}^*, …, b_m^* を、労働力1単位を生産するのに必要な賃金財 $n+1$、……、m の量とする。すると、産業iの資本の価値構成は、つぎのように書ける。

$$k_i=\frac{\sum_{j=1}^{n}a_{ji}\lambda_j}{\left(\sum_{j=n+1}^{m}b_j^*\lambda_j\right)l_i}\quad(i=1,\cdots,m)\qquad(7)$$

他方、産業iの技術的構成は、用いられた生産手段の量（a_{1i}, a_{2i}, …, a_{ni}）と雇用された労働の量 l_i との比率を表している。

＊マルクスは『資本論』で、技術改良は相対価値（あるいは絶対価値）に影響を及ぼさないと仮定している。これは、単純化のための仮定である。一般に技術的構成の変化は相対価値構造を攪乱してしまうので、この仮定は必ずしも成り立たない。

□4□　第4章　価値・使用価値・交換価値

4－1　商品の交換価値と相対価値は、特殊な場合にのみ等しい。

＊マルクスは、①純粋に抽象的な「単純商品生産社会」、または、②各産業の資本の価値構成が同一であるような社会においてだけ、商品の交換価値が、商品の相対価値に等しくなることを知っていた。

＊②の場合、資本主義社会の分析は、単純になる。すなわち、同一の資本の構成をもつ全産業を、あたかも単一産業であるかのように取り扱うことができた（第1巻）。

＊第2巻、第3巻では、それを2部門モデルに拡張した。すべての資本財産業が資本の価値構成を同一とする産業グループを構成し、賃金財ならびに奢侈財産業がもうひとつの同様なグループを構成する、と仮定すると、つぎのように言える。1）全資本財の価格と価値は比例し、全賃金財の価格と価値も比例する。2）全産業は、2部門、すなわち、生産手段生産部門と消費資料生産部門とに集計できる。

＊以上を通じて、マルクスは、労働者が生産手段を所有するのをやめ、自己の労働力を市場で売らなければならなくなったとき、価値と価格が互いに乖離するのはなぜであるかを論証しようとした。

4－2　マルクスの固定的な消費需要関数

＊マルクスは、微積分の知識を使わずに、『資本論』ではつぎのように需要関数を定めた。wを賃金率、p_i を価格、Tを1人1日当たりの労働時間、b_i は非負の消費係

数であって、いずれも不変であり、

$$x_i = \frac{wTb_i}{p_{n+1}b_{n+1}+\cdots+p_m b_m} \qquad (*)$$

である。

4－3　マルクスの拡張――主観的な需要関数

＊マルクスはしかし、ものの効用は個人間で異なり、個々人の主観的な嗜好に依存することを理解していた。そこで、つぎのように仮定してみる。

（x_1, ……, x_m）：各人の初期の手持ち商品ストック

（x_1, ……, x_m）：各人の最適商品ストック

u_i ：商品 i （i＝1, …, m）の使用価値（限界効用）$\partial u / \partial x_i$

ν_i ：商品所有者にとって過剰な商品 i の非使用価値

$\Sigma \nu_i (x_i - x_i)$ ：非使用価値総額

すると、ν_i は交換価値に比例するから、$\nu_i = \nu p_i$ （i＝1, …, m）と書ける。個人にとって、使用価値総額と非使用価値総額は、

$$u(x_1, \cdots, x_m) + \sum_{i=1}^{m} \nu p_i (\bar{x} - x_i)$$

と書ける。これは、近代経済学でよく使うラグランジェ関数にほかならない。この関数を、すべての p_i は不変として、x_i について極大化すれば、

$$\frac{u_1}{p_1} = \frac{u_2}{p_2} = \cdots = \frac{u_m}{p_m} = \nu \qquad \left(\text{ただし } u_i = \frac{\partial u}{\partial x_i} \right)$$

をうる。これらの方程式は、生産物の直接的物々交換に関するマルクスの方程式と同値である。すなわち、マルクスは確かに価格変化に対応する財の代替関係を考慮しない、硬直的な消費割り当ての仮定のもとで研究を行なったのだが、以下に示すようにワルラス以降の主観的需要理論を仮定しても矛盾なく研究が進められたであろうと考えられる。

4－4　単純商品生産経済の一般均衡

＊以下のように、記号を定める。

$b_{n+1}, b_{n+2}, \cdots, b_m$ ：生存水準での労働者の消費

$p_1, \cdots, p_m$ ：商品1、…、mの価格

w ：一人1時間当たりの所得

β ：消費水準（予算方程式を満足するように決定する）

T ：各個人の一日の労働時間

N ：社会の労働者数

予算方程式は、

$$p_{n+1}\beta b_{n+1} + \cdots + p_m \beta b_m = wT \qquad (1)$$

のようである。すると、賃金財および奢侈財に対する総需要は、つぎのベクトルで与えられる。

$$D = N_\beta \begin{bmatrix} b_{n+1} \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \qquad (2)$$

すると、賃金財および奢侈財の需給均衡条件がつぎのようにえられる。

$$x_{\mathrm{II}} = D \qquad (3)$$

x_{II} の額の賃金財および奢侈財の生産は、資本財の生産を誘発する。その結果、

$$x_{\mathrm{I}} = A_{\mathrm{I}} x_{\mathrm{I}} + A_{\mathrm{II}} x_{\mathrm{II}} \qquad (4)$$

が、資本財の需給均衡を与える。最後に、労働の需要は労働時間でのその供給に等しくなければならないから、

$$L_{\mathrm{I}} x_{\mathrm{I}} + L_{\mathrm{II}} x_{\mathrm{II}} = TN \qquad (5)$$

単純生産社会では、資本家がおらず、労働者は十分な支払いを受けるから、つぎの等式がなりたたなければならない。

$$\left. \begin{array}{ll} p_{\mathrm{I}} = p_{\mathrm{I}} A_{\mathrm{I}} + wL_{\mathrm{I}} & \text{資本財について} \\ p_{\mathrm{II}} = p_{\mathrm{I}} A_{\mathrm{II}} + wL_{\mathrm{II}} & \text{賃金財および奢侈財について} \end{array} \right\} \qquad (6)$$

ただしここで、p_{I} 、p_{II} は、資本財、賃金財および奢侈財の価格行ベクトルである。

＊方程式（1）～（6）は、もっとも単純な生産の一般均衡体系を与える。（2）式はワルラス法則（Walrasian Law）（1）を満たす需要関数である。方程式（3）（4）（5）は需給均衡方程式であり、（6）は評価方程式（valuation equiation）である。

＊（6）式を、第1章の（1）（2）と比較すると、つぎのことがわかる。

・価格は価値に比例している。

→商品1（ニュメレール）で表した商品 i の価格は、相対価値 λ_i / λ_1 に等しい。

・商品1の価格を1としたとき、所得率wは、$1/\lambda_1$ に決定される。

→労働力をニュメレール（標準財）にとれば、価格は対応している価値に等しい。

＊（Th.）価値は、単純商品生産社会における均衡価格である。

【証明】価格、賃金、および1日当たりの労働時間が与えられると、（1）式は消費水準 β を決定する。そうすると、消費財に対する需要が（2）式によって決定され、それがつぎに（3）（4）式によって、消費財ならびに資本財の供給を決定する。したがって、労働に対する需要、つまり（5）式の左辺がえられるが、それは、（2）～（4）式から、つぎのように書ける。

$$[L_{\mathrm{I}}(I - A_{\mathrm{I}})^{-1} A_{\mathrm{II}} + L_{\mathrm{II}}] N \beta B \qquad (7)$$

ただし、Bは、$b_{n+1}, \cdots, b_m$ を要素とする列ベクトルである。（7）式の［　］の中は、賃金財および奢侈財の価値であり、単純商品社会では、それは労働で表した価格に等しいから、（7）式をつぎのように書き直すことができる。

$$N\left(\frac{p_{n+1}}{w} \beta b_{n+1} + \cdots + \frac{p_m}{w} \beta b_m \right)$$

これは、（1）により、TNに等しい。したがって（5）式は証明された。すなわち価値は、単純商品生産社会における均衡価格である。

4－5　ワルラス的な単純商品生産社会の一般均衡

＊(Th.) 価値は、需要が各人の効用関数によって決まると考えた場合（主観的需要理論）でも、単純商品生産社会における均衡価格である。

【証明】　q_{ij}：財 i に対する個人 j の需要

$u^j = u^j(q_{n+1\,j}, \cdots, q_{mj})$：個人 j の効用関数

$p_{n+1}q_{n+1\,j} + \cdots + p_m q_{mj} = wT$：個人 j の予算方程式

予算制約式のもとで効用 u^j を極大化すると、つぎの需要関数をうる。

$$q_{ij} = q_{ij}\left(\frac{p_{n+1}}{w}, \cdots, \frac{p_m}{w}\right) \quad (i = n+1, \cdots, m)$$

つぎに、すべての個人の予算制約式、需要関数を合計すれば、つぎの２式をうる。

$$\frac{p_{n+1}}{w}q_{n+1} + \cdots + \frac{p_m}{w}q_m = TN \qquad (1')$$

$$D = \begin{bmatrix} q_{n+1}\left(\frac{p_{n+1}}{w}, \cdots, \frac{p_m}{w}\right) \\ \vdots \\ q_m\left(\frac{p_{n+1}}{w}, \cdots, \frac{p_m}{w}\right) \end{bmatrix} \qquad (2')$$

ただし、q_i は財 i に対する総需要を表す。

（１）（２）式を（1'）（2'）式でおきかえると、生産の一般均衡の新しいモデル――伸縮的な需要をもつ単純商品生産社会――がえられる。価値方程式と（６）式から、労働で表した商品 i の価格 p_i/w がその価値 λ_i（$i = 1, \cdots, m$）に等しいのは、まえのモデルと同じである。このようにして決定された価格に対応して、需要は（2'）式によって決定され、それに応じて供給は（３）（４）式から決定される。（３）式と（４）式からえられる x_I と x_{II} を代入し、さらに価値と労働で表した価格とは等しいという点を考慮に入れると、（５）式の左辺はつぎのように書きかえられる。

$$\frac{p_{n+1}}{w}q_{n+1}\left(\frac{p_{n+1}}{w}, \cdots, \frac{p_m}{w}\right) + \cdots + \frac{p_m}{w}q_m\left(\frac{p_{n+1}}{w}, \cdots, \frac{p_m}{w}\right)$$

これは、ワルラスの法則（1'）によって、TNに等しい。したがって（５）式がえられる。このように、価値とは、人びとがワルラス流の態度で行動する単純商品社会で実現する均衡価格であるということが示された。

4－6　まとめ

＊搾取がない場合、消費はそれ自身の論理で、ある特定の水準に決まる。マルクスはそれを、固定的な生活必要財のセットと考え、ワルラスは各人の効用関数によって可変的と考えるが、どちらも単純商品生産社会の均衡価格（＝価値）を導く。

＊搾取がある場合、消費は、搾取がない場合とは別の水準に設定される。逆に言えば、消費水準（あるいは実質賃金率）に対応して、搾取率が決まる。他方、実質賃金率に応じて、均衡利潤率が決定される。搾取率⇄実質賃金率⇄利潤率であるから、利潤率は搾取率の関数であると考えてもよい。このことは、第５章～第６章で示されることになる。

□5□　第５章　剰余価値と搾取

5－1　これまでの学説の回顧

＊資本主義社会では、労働者は生産手段を所有しておらず、自力で商品を生産することができないので、自己の労働力を資本家に売り渡す。賃金決定に際して、労働者は資本家より弱い立場にあるから、資本家は容易に労働者を搾取することができる。

＊この結果、資本主義社会では、単純商品生産社会とは違って、一般に価値と価格とは一致しない。価格と価値を区別するマルクス経済学は、それゆえ、価値と価格との二重の計算体系をもつ。

＊ところが、この区別は、十分に理解され実行されなかった。Sweezy も、J. Robinson も、P. Samuelson も、ときにはマルクス自身でさえもそうであった。

5－2　搾取率の、３つの定義

＊『資本論』には、剰余価値率あるいは搾取率についての３つの定義がある（これらは互いに同値である）。

＊（１）搾取率の第一の定義：支払い労働に対する不払い労働の比率

$$B = \begin{bmatrix} b_{n+1} \\ \cdots \\ b_m \end{bmatrix}$$：労働者１人の毎日の生存手段

$\Lambda_{II}B$：毎日の生存手段の、労働時間による評価

$\overline{T} > \Lambda_{II}B$（仮定）　　（１）

$\overline{T}$：労働日の最大の長さ

T：通常の労働日の長さ（$\overline{T} > T > \Lambda_{II}B$）

のように記号を定める。資本主義経済では、１日当たりの労働力の最低供給価格は、労働者が１日に商品B（生存手段）を買うことができるように定められ、労働者は一日にT時間働く。$\omega = 1/T$ とすれば、労働者は１時間当たり ω 単位の生存手段を受け取る。支払い量 ωB は、$\omega\Lambda_{II}B$ 労働時間に等しから、支払い労働部分をあらわし、$1 - \omega\Lambda_{II}B$ は不払い労働部分をあらわす。すなわち、資本主義経済では、資本家は労働（の生産する価値）に対して支払いをするのではなく、労働力（の再生産費用）に対してだけ支払いをするのである。

それゆえ、第一の定義は、

$$e = \frac{\text{不払い労働}}{\text{支払い労働}} = \frac{1 - \omega\Lambda_{II}B}{\omega\Lambda_{II}B} \qquad (2)$$

となる。マルクスは、１日当たりの支払い労働 $\Lambda_{II}B$、不払い労働 $T - \Lambda_{II}B$ をそれぞれ、必要労働、剰余労働とも呼ぶので、第一の定義は、つぎのように表現することもできる。

$$e=\frac{剰余労働}{必要労働} \qquad (2')$$

＊（2）搾取率の第二の定義：社会的必要労働に対する総剰余労働の比率

ある社会に、1日T時間働く労働者が$\bar{N}$人存在するとする。彼らは1日に$B\bar{N}$量の賃金財を生産しなければならず、その生産には資本財が$A_{\mathrm{II}}B\bar{N}$量だけ必要となる。資本財に対する乗数効果がゆき渡った状態では、つぎの式をみたす資本財$\bar{x}_{\mathrm{I}}$が生産されなければならない。

$$\bar{x}_{\mathrm{I}}=A_{\mathrm{I}}\bar{x}_{\mathrm{I}}+A_{\mathrm{II}}B\bar{N} \qquad (3)$$

したがって、賃金財の生産に直接・間接に必要な労働時間の総量は、

$$TN=L_{\mathrm{I}}\bar{x}_{\mathrm{I}}+L_{\mathrm{II}}B\bar{N} \qquad (4)$$

ただしNは、必要労働者の数である。残余の労働者$\bar{N}-N$は、不必要労働者の数であって、投資目的の資本財産業か、資本家のための奢侈財産業で働くことができる。

＊第二の定義――社会的必要労働に対する総剰余労働、あるいは社会的剰余労働の比率$(T\bar{N}-TN)/TN$――は、第一の定義（（2）および（2')式）に等しい。

【証明】
$$\frac{T\bar{N}-TN}{TN}=\frac{T\bar{N}-L_{\mathrm{I}}\bar{x}_{\mathrm{I}}-L_{\mathrm{II}}B\bar{N}}{L_{\mathrm{I}}\bar{x}_{\mathrm{I}}+L_{\mathrm{II}}B\bar{N}} \qquad (\because (4))$$
$$=\frac{T\bar{N}-L_{\mathrm{I}}(I-A_{\mathrm{I}})^{-1}A_{\mathrm{II}}B\bar{N}-L_{\mathrm{II}}B\bar{N}}{L_{\mathrm{I}}(I-A_{\mathrm{I}})^{-1}A_{\mathrm{II}}B\bar{N}+L_{\mathrm{II}}B\bar{N}}$$
$$=\frac{T\bar{N}-[L_{\mathrm{I}}(I-A_{\mathrm{I}})^{-1}A_{\mathrm{II}}+L_{\mathrm{II}}]B\bar{N}}{[L_{\mathrm{I}}(I-A_{\mathrm{I}})^{-1}A_{\mathrm{II}}+L_{\mathrm{II}}]B\bar{N}}$$
$$=\frac{T\bar{N}-\Lambda_{\mathrm{II}}B\bar{N}}{\Lambda_{\mathrm{II}}B\bar{N}} \qquad (\because 第1章)$$
$$=\frac{1-\omega\Lambda_{\mathrm{II}}B}{\omega\Lambda_{\mathrm{II}}B} \qquad (\because \omega=1/T)$$

＊したがって、

$$e=\frac{総剰余労働}{社会的必要労働}=\frac{T\bar{N}-TN}{TN} \qquad (5)$$

＊（3）搾取率の第三の定義：生産された総剰余価値の、労働力の総価値に対する比率

x_{I}：資本財産業の産出量ベクトル

x_{II}：賃金財および奢侈財産業の産出量ベクトル

とすると、労働時間で表した総雇用は、

$$T\bar{N}=L_{\mathrm{I}}x_{\mathrm{I}}+L_{\mathrm{II}}x_{\mathrm{II}} \qquad (6)$$

$\bar{N}$人の労働者に必要な生存手段を提供するため、賃金財産業は$B\bar{N}$量の産出物を生産しなければならず、x_{I}、x_{II}を生産するためには、資本財は、

$$x_{\mathrm{I}}^{*}=A_{\mathrm{I}}x_{\mathrm{I}}+A_{\mathrm{II}}x_{\mathrm{II}} \qquad (7)$$

だけ生産されなければならない。資本財、賃金財および奢侈財の余剰生産物はそれぞれ、$x_{\mathrm{I}}-x_{\mathrm{I}}^{*}$、$x_{\mathrm{II}}-B\bar{N}$である。それゆえ、生産された総剰余価値は、

$$\Lambda_{\mathrm{I}}(x_{\mathrm{I}}-x_{\mathrm{I}}^{*})+\Lambda_{\mathrm{II}}(x_{\mathrm{II}}-B\bar{N})$$

となる。剰余価値率（マルクスの記号によると、s'）は、労働力の総価値に対する生産された剰余価値であるから、

$$s'=\frac{総剰余価値}{労働力の総価値}=\frac{\Lambda_{\mathrm{I}}(x_{\mathrm{I}}-x_{\mathrm{I}}^{*})+\Lambda_{\mathrm{II}}(x_{\mathrm{II}}-B\bar{N})}{\Lambda_{\mathrm{II}}B\bar{N}} \qquad (8)$$

＊第三の定義（s'）は、先に定義した搾取率e（（2）ならびに（5）式）と等しい。

【証明】労働力の総価値$=\Lambda_{\mathrm{II}}B\bar{N}=\omega\Lambda_{\mathrm{II}}B(L_{\mathrm{I}}x_{\mathrm{I}}+L_{\mathrm{II}}x_{\mathrm{II}})$　(9)

（（6）式、$\omega=1/T$より）

総剰余価値$=\Lambda_{\mathrm{I}}(x_{\mathrm{I}}-x_{\mathrm{I}}^{*})+\Lambda_{\mathrm{II}}(x_{\mathrm{II}}-B\bar{N})$

$=(\Lambda_{\mathrm{I}}-\Lambda_{\mathrm{I}}A_{\mathrm{I}}-\omega\Lambda_{\mathrm{II}}BL_{\mathrm{I}})x_{\mathrm{I}}+(\Lambda_{\mathrm{II}}-\Lambda_{\mathrm{I}}A_{\mathrm{II}}-\omega\Lambda_{\mathrm{II}}BL_{\mathrm{II}})x_{\mathrm{II}}$

（∵（6）、（7）式を用いて、x_{I}^{*}とNを消去）　(10)

$=e\omega\Lambda_{\mathrm{II}}BL_{\mathrm{I}}x_{\mathrm{I}}+e\omega\Lambda_{\mathrm{II}}BL_{\mathrm{II}}x_{\mathrm{II}}$

（∵　（2）式から、

$$(1+e)\omega\Lambda_{\mathrm{II}}B=1 \qquad (11)$$

をうるので、価値決定方程式$\Lambda_{\mathrm{I}}=\Lambda_{\mathrm{I}}A_{\mathrm{I}}+L_{\mathrm{I}}$、$\Lambda_{\mathrm{II}}=\Lambda_{\mathrm{I}}A_{\mathrm{II}}+L_{\mathrm{II}}$をそれぞれ、つぎのようにあらわせる。

$$\Lambda_{\mathrm{I}}=\Lambda_{\mathrm{I}}A_{\mathrm{I}}+\omega\Lambda_{\mathrm{II}}BL_{\mathrm{I}}+e\omega\Lambda_{\mathrm{II}}BL_{\mathrm{I}} \qquad (12)$$
$$\Lambda_{\mathrm{II}}=\Lambda_{\mathrm{I}}A_{\mathrm{II}}+\omega\Lambda_{\mathrm{II}}BL_{\mathrm{II}}+e\omega\Lambda_{\mathrm{II}}BL_{\mathrm{II}} \qquad (13)$$

よって、（10）式の（　）のなかの部分はそれぞれ、$e\omega\Lambda_{\mathrm{II}}BL_{\mathrm{I}}$、$e\omega\Lambda_{\mathrm{II}}BL_{\mathrm{II}}$　に等しい。）

$=e\omega\Lambda_{\mathrm{II}}B(L_{\mathrm{I}}x_{\mathrm{I}}+L_{\mathrm{II}}x_{\mathrm{II}})$

∴s'　＝　総剰余価値／労働力の総価値　＝　e

＊以上の結果をまとめて、つぎの一般式が成立する。

$$\frac{剰余価値}{労働力の価値}=\frac{剰余労働}{必要労働}=\frac{不払い労働}{支払い労働}$$

5－3　不変資本／可変資本／剰余価値

＊（12）（13）式のおのおのの方程式、たとえば第i番目の方程式、の右辺で用いられた資本財の価値を表す第一の部分は、不変資本（constant capital）とよばれ、第二の部分（産業iで雇用される労働力の価値を表す）は、可変資本（variable capital）とよばれ、第三の部分は剰余価値（surplus value）とよばれる。それぞれを、C_i、V_i、S_iの記号で表す。それゆえ、

$$\Lambda_i=C_i+V_i+S_i \quad (i=1,\cdots,m)$$

である。

＊第i産業の剰余価値率は、S_i/V_iと定義される。方程式（12）、（13）によって、それは、すべてのiについてeに等しい。すなわち、搾取率は、経済全体を通して均等化される。もしも、産業ごとに労働日の長さが違っていたとすれば、第i産業と第j産業の搾取率も等しくない（次頁参照）。そこで、産業間で労働者の移動が生じ、均衡点では$T_i=T_j$となる。

$$e_{I} = \frac{T_{I} - \Lambda_{II}B}{\Lambda_{II}B} \neq e_{J} = \frac{T_{J} - \Lambda_{II}B}{\Lambda_{II}B} \quad (\because T_{I} \neq T_{J})$$

5－4　マルクスの基本定理（Fundamental Marxian Theorem）

＊(Th.) 全産業が正の利潤を獲得するような、一組の非負の価格と賃金率が存在するための必要かつ十分な条件は、搾取率 e が正となるような実質賃金率 ω が与えられることである。

言いかえれば、資本家による労働者の搾取が、正の利潤をうみ出す一組の価格－賃金の存在にとって、すなわち、資本主義経済の存続の可能性にとって、必要かつ十分な条件である。

【証明】資本財、賃金財および奢侈財の価格ベクトルを、

$$p_{I} = (p_{1}, \cdots, p_{n}), \quad p_{II} = (p_{n+1}, \cdots, p_{m})$$

とする。賃金率は少なくとも生存水準と同じ高さであり、労働者は1時間の賃金で、ωB 量の賃金財を購入できる。すなわち、

$$w \geqq p_{II}\omega B \qquad (14)$$

各産業が正の利潤を獲得するためには、つぎの不等式が成立する。

$$p_{I} > p_{I}A_{I} + wL_{I} \qquad (15)$$

$$p_{II} > p_{I}A_{II} + wL_{II} \qquad (16)$$

(→) 各産業が正の利潤を獲得している、すなわち、（15）（16）を仮定する。この式の w に（14）式を代入して、

$$p_{I} > p_{I}A_{I} + p_{II}\omega BL_{I} \qquad (15')$$

$$p_{II} > p_{I}A_{II} + p_{II}\omega BL_{II} \qquad (16')$$

が成り立つ。このことから、資本投入係数と労働養育の投入係数（labour-feeding Input coefficients）の行列、

$$\begin{bmatrix} A_{I} & A_{II} \\ \omega BL_{I} & \omega BL_{II} \end{bmatrix}$$

は「生産的」であることが判明する（$\because p_{I} > 0$、$p_{II} > 0$）。したがって、第2章の結果より、つぎのような正の産出量ベクトル x_{I}、x_{II} が存在する。

$$\begin{bmatrix} x_{I} \\ x_{II} \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} A_{I} & A_{II} \\ \omega BL_{I} & \omega BL_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{I} \\ x_{II} \end{bmatrix} \qquad (17)$$

（17）式にベクトル（Λ_{I}，Λ_{II}）を左からかけ、（12）（13）式を考慮に入れて整理すると、次式をうる。

$$(\Lambda_{I}x_{I} + \Lambda_{II}x_{II}) - \Lambda_{I}(A_{I}x_{I} + A_{II}x_{II}) - \Lambda_{II}(\omega BL_{I}x_{I} + \omega BL_{II}x_{II})$$

$$= e(\omega\Lambda_{II}BL_{I}x_{I} + \omega\Lambda_{II}BL_{II}x_{II}) > 0$$

この式から、e は正であることがわかる。

(←) 搾取があること（$e > 0$）を仮定する。（12）（13）式から、

$$\Lambda_{I} > \Lambda_{I}A_{I} + \Lambda_{II}\omega BL_{I}$$

$$\Lambda_{II} > \Lambda_{I}A_{II} + \Lambda_{II}\omega BL_{II}$$

をうる。ここで、$p = \alpha\Lambda_{I}$、$p = \alpha\Lambda$、$w = \alpha\Lambda_{II}\omega B$ とおく（ただし α は任意の正の数）。すると、それらはすべて正であって、正の利潤のための条件である（15）（16）式を満たしている。

5－5　基本定理についての考察

＊基本定理により、もしも各産業が正の利潤をえているのであれば、たとえ ω、Λ_{II}、B の値を知らなくても、実質賃金率 ω が、$\omega < 1/(\Lambda_{II}B)$ なる水準に定められている（すなわち、搾取が存在する）と結論することができる。

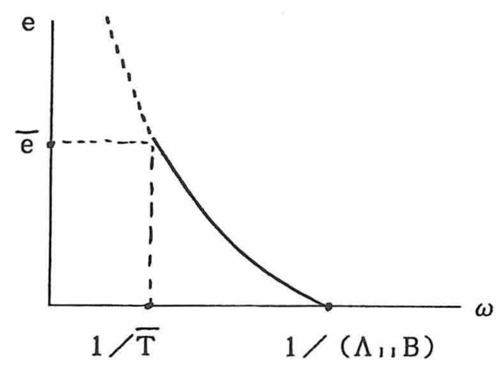
＊正の搾取が存在するための条件を考えてみると、

1）科学技術が、資本財あるいは生産手段が「生産的」である水準にまで、発達していること。

2）各産業の技術が十分に生産的で、生存手段の総価値（$\Lambda_{II}B$）を最長労働日以下にできるほど、賃金財の価値 Λ_{II} が低くなること。

3）実際の労働日 T は、必要労働時間 $\Lambda_{II}B$ よりも長いこと。言いかえれば、実質賃金率 ω は、その最大率 $1/(\Lambda_{II}B)$ よりも小さいこと。

＊以上のような条件で、定式（2）から、（e，ω）平面上に、搾取率曲線を描くことができる。この曲線は、$1/T$ から出発して、$\omega = 1/(\Lambda_{II}B)$ で終わる右下がりの曲線を描く。搾取率を決定する問題は、労働日を決定する問題に帰着する。すなわち、搾取率 e は、$\omega = 1/\bar{T}$ に対応する値で最大となる。



□6□　第6章　利潤率

6－1　利潤率 π は搾取率 e よりも小さい（森嶋－シートン－置塩の定理）

＊（Th.）利潤率 π は搾取率 e よりも小さい

【証明】π を均衡利潤率、p_{i} を商品 i の価格、w を労働時間当たりの賃金率とする。p_{I}、p_{II} はそれぞれ資本財、賃金財および奢侈財の価格ベクトルである。すると、利潤率が均等化される長期均衡では、つぎの式がえられる。